



INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ DE VENECIA

NIT 811019578-0

DANE 105861000199

Código ICFES 002865

DOCENTE: Héctor Iván Ballesteros Cano **AREA:** Matemáticas **GRADO:** 10°.1 y 2 **PERIODO:** 1°

Guía de Trigonometría Décimo

OBJETIVOS:

- **GENERALES:**

- Reconoce los sistemas de medición de ángulos, los ubica y clasifica para encontrar los valores de sus funciones.
- Diferencia las funciones trigonométricas con sus dominios y rangos, demostrando versatilidad para el empleo de las mismas en situaciones problema.

- **ESPECIFICOS:**

- Reconocer los sistemas de medición de ángulos, su ubicación y clasificación.
- Realiza conversiones en los diferentes sistemas de medida de ángulos.
- Diferenciar las funciones trigonométricas con sus dominios y rangos.
- Aplica la definición de razones trigonométricas en la solución de triángulos rectángulos.
- Resuelve problemas de la cotidianidad aplicando las razones trigonométricas.

PROGRAMACIÓN

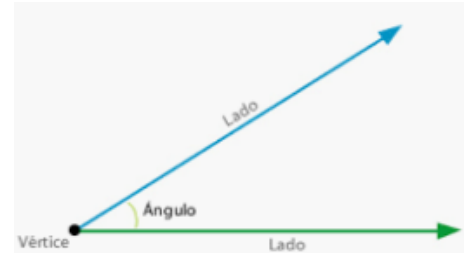
UNIDAD # 1: RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

- Ángulos y medidas de ángulos
- Razones trigonométricas en triángulos rectángulos
- Aplicaciones de las razones trigonométricas.

GUÍA DE TRIGONOMETRÍA 10°

1. ÁNGULOS Y MEDIDAS DE ÁNGULOS

Un ángulo es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen o vértice. Suelen medirse en unidades tales como el radian, el grado sexagesimal o el grado centesimal. Se asumen positivos en sentido Anti horario y negativos en sentido horario. Y se pueden clasificar:

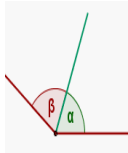


1.1. DE ACUERDO CON SU MEDIDA

- Ángulo Nulo:**  Es el ángulo formado por dos semirrectas coincidentes, por lo tanto su abertura es nula, ósea, 0° .
Ángulo
- Ángulo Agudo:**  Es el ángulo formado por dos semirrectas con una medida mayor a 0° y menor a 90° .
Ángulo agudo
O sea $0^\circ < \text{medida de ángulo} < 90^\circ$.
- Ángulo Recto:**  Es el ángulo cuya medida es igual a 90° . Los dos lados de un ángulo recto son perpendiculares entre sí. La proyección ortogonal de uno sobre otro es un punto, que coincide con el vértice.
Ángulo recto
- Ángulo Obtuso:**  Es el ángulo cuya medida es mayor a 90° y menor a 180° . O sea,
Ángulo obtuso $90^\circ < \text{medida de ángulo} < 180^\circ$.
- Ángulo Llano:**  Es el ángulo cuya medida es de 180° .
Ángulo llano
- Ángulo Oblicuo:**  Es el ángulo cuyo medida no es 90° , ni múltiplo de 90° . Todos los ángulos agudos y obtusos son ángulos oblicuos.
Ángulo oblicuo
- Ángulo Completo:**  Es el ángulo cuya medida es de 360° .
Ángulo completo
- Ángulo Convexo:**  Es el ángulo cuya medida es mayor que 0° y menor a 180° . O sea,
Ángulo convexo o saliente $0^\circ < \text{medida del ángulo} < 180^\circ$.
- Ángulo Cóncavo:**  Es el ángulo cuya medida es mayor que 180° y menor que 360° . O sea,
Ángulo cóncavo, reflejo o entrante $0^\circ < \text{medida del ángulo} < 360^\circ$.

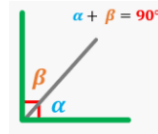
1.2. DE ACUERDO CON SU MEDIDA

Ángulos consecutivos:



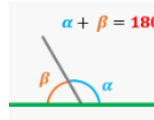
Son ángulos que tienen un lado y el vértice común y pueden ser:

Ángulos Complementarios:



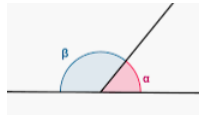
Son los ángulos cuyas medidas suman 90° .

Ángulos Suplementarios:



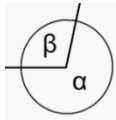
Son los ángulos cuyas medidas suman 180° .

Ángulos Adyacentes:



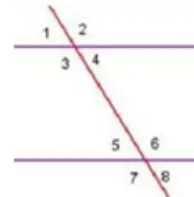
Son los ángulos que tienen un lado en común y los otros dos están en la misma recta. Los ángulos adyacentes son suplementarios.

Ángulos Conjugados:



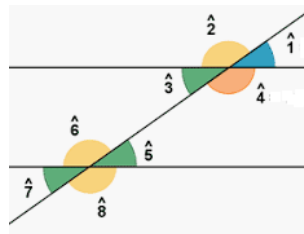
Son ángulos con vértice coincidentes y lados comunes, y cuyas medidas suman 360° .

1.3 Ángulos formados por dos Paralelas y una Transversal:



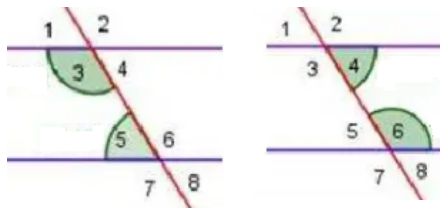
Son los ángulos que se forman cuando dos rectas paralelas son cortadas por una secante.

Ángulos opuestos por el Vértice:



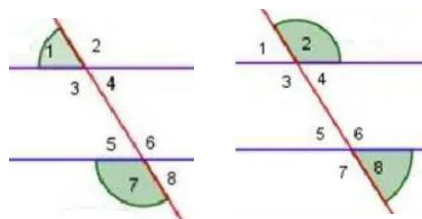
Son aquellos ángulos cuyos lados son semirrectas opuestas. Las medidas de dos ángulos opuestos por el vértice son iguales. ($\hat{1} = \hat{3}$; $\hat{2} = \hat{4}$; $\hat{5} = \hat{7}$, $\hat{6} = \hat{8}$).

Ángulos internos:



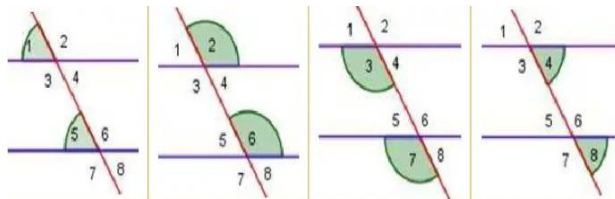
Son los ángulos internos a un mismo lado de la transversal a dos rectas paralelas.(Son suplementarios)

Ángulos Externos:



Son los ángulos externos a un mismo lado de la transversal a dos rectas paralelas.(Son Suplementarios)

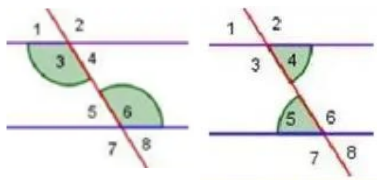
Ángulos Correspondientes:



Son los ángulos que están al mismo lado de las paralelas y al mismo lado de la transversal. Los ángulos correspondientes tienen la misma medida.

$$(\hat{1} = \hat{5}; \hat{2} = \hat{6}; \hat{3} = \hat{7}, \hat{4} = \hat{8}).$$

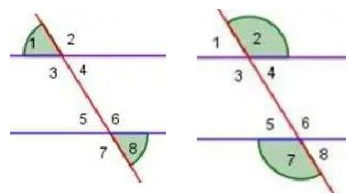
Ángulos Alternos Internos:



Son los ángulos interiores que están a distinto lado de la transversal y a distinto lado de las paralelas. Los ángulos Alternos Internos tienen la misma medida. ($\hat{3} = \hat{6}$; $\hat{4} = \hat{5}$).

Ángulos Alternos Externos:

lado



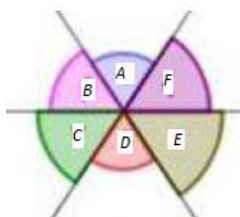
Son los ángulos exteriores que están a distinto lado de la transversal y a distinto lado de las paralelas. Los ángulos Alternos externos tienen la misma medida. ($\hat{1} = \hat{8}$; $\hat{2} = \hat{7}$).

Ejercicios

1. De acuerdo al gráfico, si

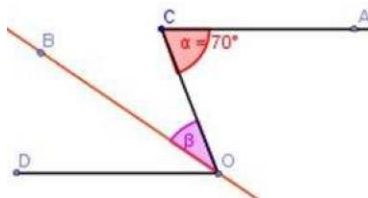
Si $\hat{F} = 62^\circ$ y $\hat{B} = 70^\circ$

- $\hat{A} = ?$ $\hat{C} = ?$ $\hat{D} = ?$ $\hat{E} = ?$
- $\hat{C} + \hat{D} - \hat{B} = ?$
- $\text{Compl}\hat{A} + \text{Supl}(\hat{B} + \hat{C})$



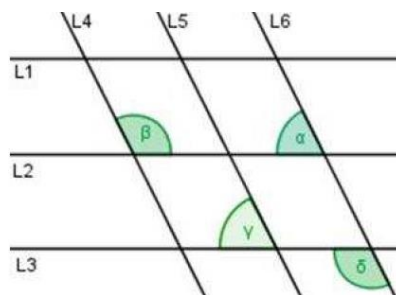
2. Si en el gráfico $\overline{CA} \parallel \overline{OD}$; $\overline{OB}$ bisectriz

- $\hat{\beta} = ?$
- $\widehat{DOC} = ?$



3. Si en el gráfico $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ y $L_4 \parallel L_5 \parallel L_6$ y $\angle \alpha = 65^\circ$

- $\hat{\beta} = ?$ $\hat{\gamma} = ?$ $\hat{\delta} = ?$
- $2\hat{\beta} + 2\hat{\gamma} - 2\hat{\delta}$



2. SISTEMAS DE MEDIDAS DE ÁNGULOS

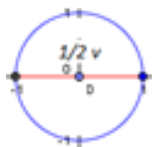
Los sistemas de ángulos que vamos a utilizar son: la vuelta, los Radianes y los grados Sexagesimales.

2.1 VUELTA:

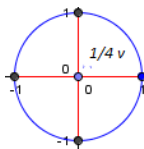
Una **vuelta** (v) es una unidad de medida angular igual a 2π radianes (2π Rad), igual a 360 grados (360°); también se conoce como ciclo, revolución (rev) o rotación completa.

Su símbolo es **v** o **Rev**.

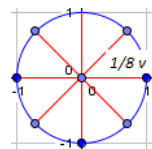
$\frac{1}{2}$ vuelta



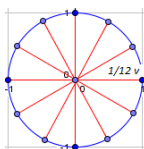
$\frac{1}{4}$ vuelta



$\frac{1}{8}$ vuelta



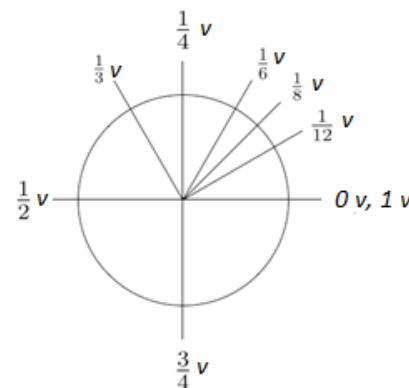
$\frac{1}{12}$ vuelta



$\frac{1}{6}$ vuelta



$\frac{1}{3}$ vuelta



2.2 RADIAN:

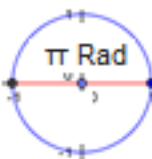
Un Radian (Rad) es la unidad de ángulo plano en el Sistema Internacional de Unidades.

Representa el ángulo central en una circunferencia y abarca un arco cuya longitud es igual a la del radio.

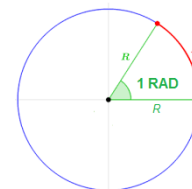
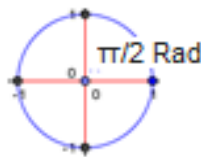
Su símbolo es **Rad**. Esta unidad se utiliza principalmente en Física, Cálculo infinitesimal y Trigonometría.

Una vuelta completa, equivale a 2π Rad

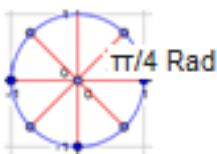
π Rad



$\pi/2$ Rad



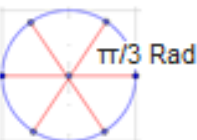
$\pi/4$ Rad



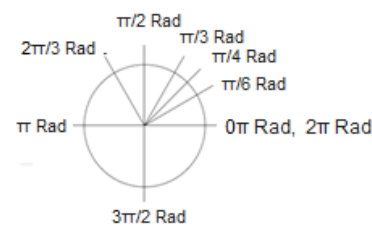
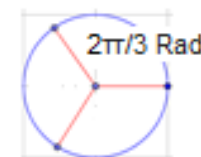
$\pi/6$ Rad



$\pi/3$ Rad



$2\pi/3$ Rad



2.3 GRADO SEXAGESIMAL:

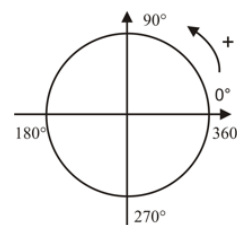
Un grado sexagesimal es el ángulo central subtendido por un arco cuya longitud es igual a $1/360$ de la circunferencia. Su unidad es el grado sexagesimal ($^{\circ}$).

Una vuelta completa equivale a 2π Rad y también a 360° ; ($1 \text{ V} = 2\pi \text{ Rad} = 360^{\circ}$)

1° sexagesimal, equivale a 60 minutos sexagesimales ($1^{\circ} = 60'$)

1 minuto sexagesimal equivale a 60 segundos sexagesimales. ($1' = 60''$)

Los grados se pueden expresar en notación decimal ($12,25639^{\circ}$) o en notación sexagesimal ($12^{\circ}15'23''$) realizando las conversiones pertinentes así:

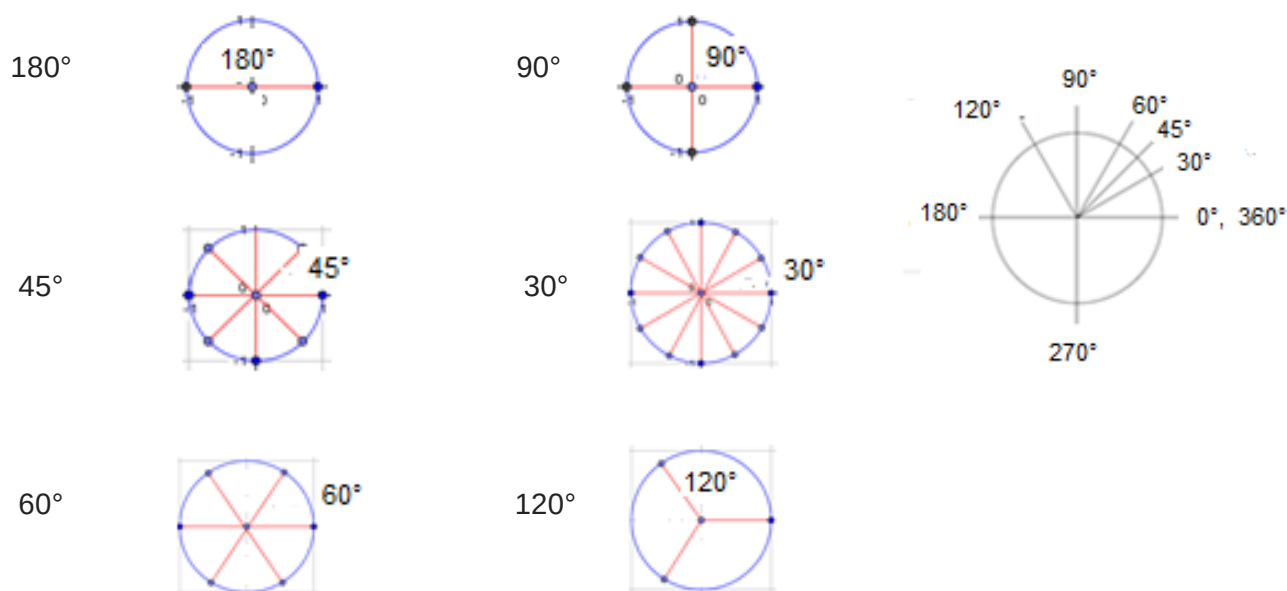


$12,25639^{\circ}$ equivales a $12^{\circ} + 0,25639^{\circ}$

$0,25639^{\circ} \times \frac{60'}{1^{\circ}} = 15,3834' = 15' + 0,3834'$

$0,3834' \times \frac{60''}{1'} = 23,004'' = 23''$

Por lo tanto $12,25639^{\circ} = 12^{\circ}15'23''$



CONVERSIÓN DE ALGUNOS ANGULOS COMUNES

Unidades	Valores																
Vueltas	0	1/12	1/8	1/6	1/4	1/3	3/8	5/12	1/2	7/12	5/8	2/3	3/4	5/6	7/8	11/12	1
Grados	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
Radianes	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π	$7\pi/6$	$5\pi/4$	$4\pi/3$	$3\pi/2$	$5\pi/3$	$7\pi/4$	$11\pi/6$	2π

Ejemplos

1. Convertir 38° a Radianes

Solución:

$$38^\circ \times \frac{\pi \text{ Rad}}{180^\circ} = \frac{19\pi \text{ Rad}}{90}$$

2. Convertir $17,7869^\circ$ a notación sexagesimal

Solución:

$$17,7869^\circ = 17^\circ + 0,7869^\circ$$

$$0,7869^\circ \times \frac{60'}{1^\circ} = 47,214' = 47' + 0,214'$$

$$0,214' \times \frac{60''}{1'} = 12,84'' \approx 13''$$

$$\text{Entonces, } 17,7869^\circ = 17^\circ 47' 13''$$

3. Convertir $47^\circ 59' 25''$ a notación decimal

Solución:

$$25'' \times \frac{1'}{60''} = 0,41\hat{6}' \approx 0,417' + 59' = 59,417'$$

$$59,417' \times \frac{1^\circ}{60'} = 0,99028\hat{3}^\circ \approx 0,99^\circ$$

$$\text{Entonces } 47^\circ 59' 25'' = 47,99^\circ$$

4. Convertir $\frac{17\pi \text{ Rad}}{4}$ a grados

Solución:

$$\frac{17\pi \text{ Rad}}{4} \times \frac{180^\circ}{\pi \text{ Rad}} = \frac{17\pi \text{ Rad}}{4} \times \frac{45^\circ}{\pi \text{ Rad}} = 765^\circ$$

5. Convertir $\frac{11}{6} \text{ v}$ a Radianes

Solución:

$$\frac{11}{6} \text{ v} \times \frac{2\pi \text{ Rad}}{1 \text{ v}} = \frac{11 \cancel{\text{v}}}{\cancel{6}} \times \frac{2\pi \text{ Rad}}{1 \cancel{\text{v}}} = \frac{11\pi \text{ Rad}}{3}$$

6. Convertir 420° a Vueltas

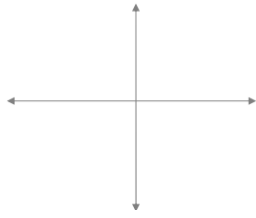
Solución:

$$420^\circ \times \frac{1 \text{ v}}{360^\circ} = \frac{7}{6} \times \frac{1 \text{ v}}{60^\circ} = \frac{7}{6} \text{ v}$$

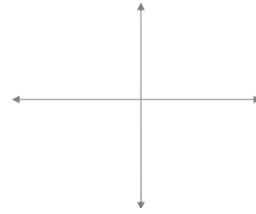
TALLER

1. Dibuje y clasifique los siguientes ángulos:

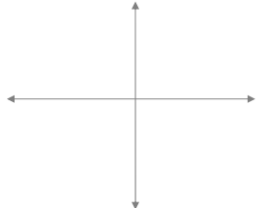
a) $-\frac{\pi \text{ Rad}}{4}$



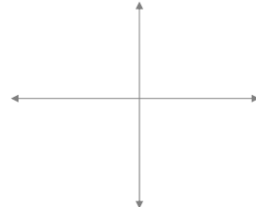
b) 280°



c) $\frac{1}{6} v$



d) -130°



2. Realice las siguientes operaciones:

a) $42^\circ 73' 50'' + 25^\circ 15' 30''$

b) $62^\circ 78' 96'' - 28^\circ 13' 9''$

c) $32^\circ 10' 15'' \times 7$

d) $48^\circ 32' 56'' \div 5$

3. Expresar los siguientes ángulos en grados, minutos y segundos

a) $25,36^\circ$

b) $46,78^\circ$

c) $123,41^\circ$

d) $75,08^\circ$

4. Expresar en sistema decimal los siguientes ángulos

a) $45^\circ 36' 28''$

b) $125^\circ 45' 78''$

c) $95^\circ 55' 78''$

d) $179^\circ 59' 36''$

5. Expresar los siguientes ángulos en Vueltas y Radianes

a) 15°

b) 285°

c) -67°

d) 340°

6. Expresar los siguientes ángulos en Vueltas y Grados

a) $\frac{11\pi \text{ Rad}}{12}$

b) $\frac{4\pi \text{ Rad}}{3}$

c) $-\frac{16\pi \text{ Rad}}{5}$

d) $\frac{8\pi \text{ Rad}}{3}$

7. Expresar los siguientes ángulos en grados y Radianes

a) $-\frac{6}{7} v$

b) $\frac{5}{2} v$

c) $\frac{4}{3} v$

d) $\frac{1}{5} v$

3. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS.

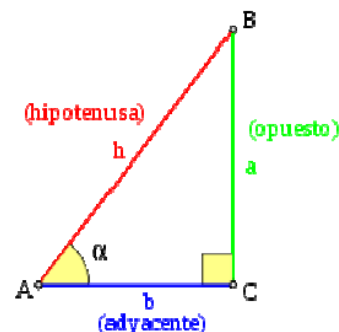
Las razones trigonométricas se definen como el cociente entre los lados de un triángulo rectángulo asociado a sus ángulos.

Las razones trigonométricas no dependen de la longitud de los lados del triángulo, sino de la medida de sus ángulos.

Para definir las razones trigonométricas del ángulo α , correspondientes al vértice A, se parte de un triángulo arbitrario que contiene éste ángulo (ver la figura).

El nombre de los lados de éste triángulo rectángulo que se usará en lo sucesivo será:

- La hipotenusa (h): es el lado opuesto al ángulo recto, o lado de mayor longitud en el triángulo rectángulo.
- El cateto opuesto (a): es el lado opuesto al ángulo α .
- El cateto adyacente (b): es el lado contiguo al ángulo α .



Recuerde: - La suma de los ángulos internos de un triángulo suman π Rad (180°).

- La suma de los dos ángulos no rectos en un triángulo rectángulo suman $\frac{\pi}{2}$ Rad (90°).

De acuerdo a estas condiciones expuestas, en éste triángulo las razones trigonométricas del ángulo α se definen así:

3.1 El Seno ($\text{Sen}\alpha$):

Es la relación entre la longitud del cateto opuesto y la longitud de la hipotenusa.

$$\text{Sen}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h}$$

3.2 El coseno ($\text{Cos}\alpha$):

Es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la longitud de la hipotenusa.

$$\text{Cos}\alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{h}$$

3.3 La Tangente ($\text{Tan}\alpha$):

Es la relación entre la longitud del cateto opuesto y la longitud del cateto adyacente.

$$\text{Tan}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{b}$$

También es la relación entre el seno y el coseno $\text{Tan}\alpha = \frac{\text{Sen}\alpha}{\text{Cos}\alpha}$

3.4 La Cotangente ($\text{Cot}\alpha$):

Es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la longitud del cateto opuesto.

$$\text{Cot}\alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{a}$$

Es la relación inversa de la Tangente $\text{Cot}\alpha = \frac{1}{\text{Tan}\alpha} = \frac{\text{Cos}\alpha}{\text{Sen}\alpha}$

3.5 La Secante (Sec α):

Es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto opuesto.

$$\text{Sec}\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{h}{a}$$

Es la relación inversa del Seno $\text{Sec}\alpha = \frac{1}{\text{Sen}\alpha}$

3.6 La Cosecante (Csc α):

Es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto adyacente.

$$\text{Csc}\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{h}{b}$$

Es la relación inversa del Coseno $\text{Csc}\alpha = \frac{1}{\text{Cos}\alpha}$

Observe:

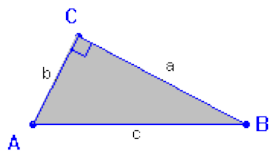
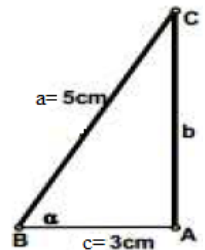
- El seno, el coseno y sus inversas son relaciones entre cateto e hipotenusa.
- La tangente y la cotangente son relaciones entre catetos.

Ejemplos

1. De acuerdo a los datos del triángulo de la figura, hallar las razones trigonométricas del ángulo α .

Solución:

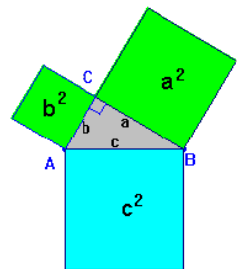
Nota: Para hallar las razones trigonométricas debemos conocer las medidas de los tres lados del triángulo rectángulo, cuando nos falta alguna la hallamos utilizando el teorema de Pitágoras.



Teorema de Pitágoras:

“En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.”

$$a^2 + b^2 = c^2; \text{ así: } c = \sqrt{a^2 + b^2}; a = \sqrt{c^2 - b^2}; b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



En nuestro ejemplo, $b = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$

Ahora podemos calcular las razones trigonométricas pedidas:

$$\text{Sen}\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\text{Csc}\alpha = \frac{5}{4}$$

$$\text{Cos}\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\text{Sec}\alpha = \frac{5}{3}$$

$$\text{Tan}\alpha = \frac{4}{3}$$

$$\text{Cot}\alpha = \frac{3}{4}$$

2. Sabiendo que $\cos \alpha = \frac{1}{4}$, y que $270^\circ < \alpha < 360^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α .

Solución:

Primero ubicamos el triángulo en el cuarto cuadrante sabiendo que:

$$\cos \alpha = \frac{1}{4} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}, \text{ para calcular el lado faltante usamos Pitágoras:}$$

$$a = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{16 - 1} = \sqrt{15}$$

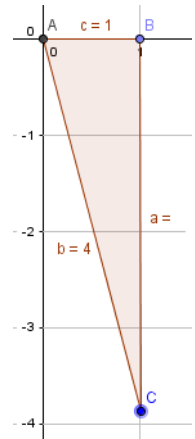
Ya podemos calcular las razones trigonométricas faltantes, por definición, así:

$$\operatorname{Sen} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\sqrt{15}}{4} \quad \operatorname{Csc} \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{4}{\sqrt{15}} \cdot \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \frac{4\sqrt{15}}{15} *$$

* Recuerden que este proceso se llama Racionalización

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{1}{4} \quad \operatorname{Sec} \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\operatorname{Tan} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{\sqrt{15}}{1} = \sqrt{15} \quad \operatorname{Cot} \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{1}{\sqrt{15}} \cdot \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{15} *$$



3. Sabiendo que $\tan \alpha = 2$, y que $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α .

Solución:

Primero ubicamos el triángulo en el tercer cuadrante sabiendo que:

$$\tan \alpha = \frac{-2}{-1} = \frac{2}{1} = 2 = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}, \text{ para calcular el lado faltante usamos Pitágoras:}$$

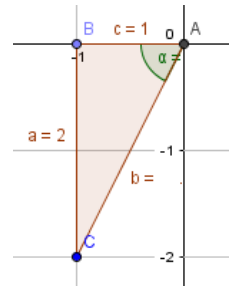
$$b = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

Ya podemos calcular las razones trigonométricas faltantes, por definición, así:

$$\operatorname{Sen} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{-2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{5}}{5} \quad \operatorname{Csc} \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{\sqrt{5}}{-2} = \frac{-\sqrt{5}}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{-1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{5}}{5} \quad \operatorname{Sec} \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{\sqrt{5}}{-1} = -\sqrt{5}$$

$$\operatorname{Tan} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{-2}{-1} = 2 \quad \operatorname{Cot} \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$



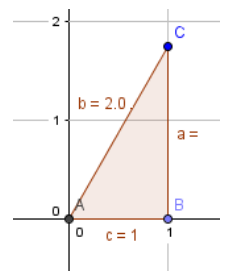
4. Sabiendo que $\sec \alpha = 2$, $0 < \alpha < \pi/2$. Calcular las restantes razones trigonométricas.

Solución:

Primero ubicamos el triángulo en el primer cuadrante sabiendo que:

$$\sec \alpha = \frac{2}{1} = 2 = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}, \text{ para calcular el lado faltante usamos Pitágoras:}$$

$$a = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$$



Ya podemos calcular las razones trigonométricas faltantes, por definición, así:

$$\text{Sen}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Csc}\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Cos}\alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Sec}\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\text{Tan}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\text{Cot}\alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

5. Un árbol de 50 m de alto proyecta una sombra de 60 m de larga. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.

Solución:

Realizamos el gráfico que nos facilita la visualización del triángulo rectángulo con los datos; y observamos que conocemos los dos catetos, por lo tanto podemos utilizar la tangente.

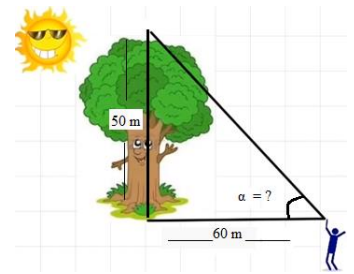
$$\text{Tan}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{50}{60} = 0,8\hat{3}$$

Utilizamos la función inversa $\tan^{-1} \alpha$, a ambos lados de la ecuación para hallar el valor del ángulo α : *

$$\tan^{-1}(\text{Tan } \alpha) = \tan^{-1}(0,8\hat{3})$$

$$\alpha \approx 39,8056^\circ = 39^\circ 48' 20''$$

* Recuerde que : $\sin^{-1}(\sin \alpha) = \alpha$; por ejemplo, Si el $\text{Sen}\theta = 0,5 \rightarrow \theta = \sin^{-1}(0,5) = 30^\circ$



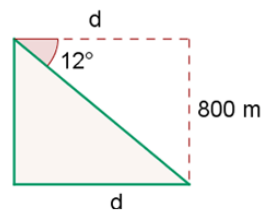
6. Un dirigible que está volando a 800 m de altura, distingue un pueblo con un ángulo de depresión de 12° . ¿A qué distancia del pueblo se halla?

Solución:

Realizamos el gráfico que nos facilita la visualización del triángulo rectángulo con los datos; y observamos que conocemos el ángulo y el cateto opuesto, y necesitamos hallar el cateto adyacente, por lo tanto podemos utilizar la tangente.

$$\text{Tan}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \rightarrow \text{Tan}12^\circ = \frac{800}{d}$$

$$d = \frac{800}{\text{Tan}12^\circ} = \frac{800}{0,212\hat{5}} \rightarrow d = 3763,70 \text{ m}$$

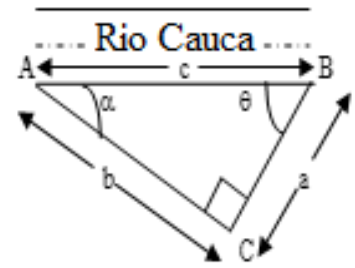


TALLER

Responder las preguntas 1 al 6 de acuerdo a la siguiente información:

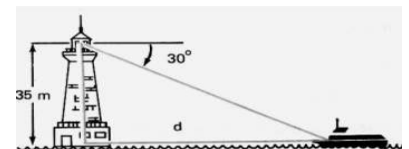
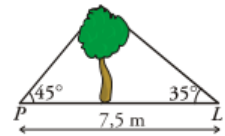
Don Julián es un humilde trabajador del corregimiento de Bolombolo, El cual hereda una parcela después de un litigio con sus hermanos, un topógrafo le entrega el siguiente plano de la parcela con los siguientes datos:

$b = 4 \text{ Km}$, $a = 3 \text{ Km}$, $\alpha = 41^\circ$, Por c pasa el rio Cauca.



Si Don Julián Desea cercar la parcela dándole 5 hiladas con alambre de púa, (obvio, sin cercar el lado de la orilla del río, por el muro), si el costo por Km de alambre de púa es de \$100.000 y el costo por Km^2 de la parcela es de \$15.000.000 entonces:

1. Si don Julián desea construir un muro de contención en el lado del río que longitud tendría el muro?
2. El perímetro de la parcela heredada por don Julián es?
3. El área de la parcela de Don Julián es?
4. La cantidad total de alambre de púa que necesitaría don Julián sería?
5. El costo total de dicha cantidad de alambre de púa sería?
6. El costo de la parcela de don Julián es?
7. El ángulo de elevación de una cometa sujeta con una cuerda de longitud $L_1 = 80 \text{ m}$ es $A = 30^\circ$. El viento tensa la cuerda y la hace chocar con otra cometa cuyo ángulo de elevación es $B = 60^\circ$. ¿Cuál es la altura de las cometas en ese instante? ¿Y la longitud L_2 de la cuerda que sujeta la segunda cometa?
8. Pablo y Luis están situados cada uno a un lado de un árbol, como indica la figura:
Calcular la altura del árbol y la distancia está cada uno del árbol?
9. Desde el lugar donde me encuentro, la visual a la torre de una Iglesia forma un ángulo de 52° con la horizontal. Si me alejo 25 m más de la torre, el ángulo es de 34° . ¿Cuál es la altura de la torre?
10. Un vigilante se encuentra en la ventana del faro de la figura siguiente a una altura de 35 m sobre el nivel del mar. El ángulo de depresión del barco en la figura es de 30° . La distancia aproximada “d” del barco al faro es?



11. Desde el lugar donde me encuentro la visual de una torre forma un ángulo de 32° con la horizontal. Si me acerco 15 m, el ángulo es de 50° . ¿Cuál es la altura de la torre?
12. El piloto de un avión que vuela a 1340 m de altura, en un instante observa un barco, ubicado más adelante, en su línea de vuelo, bajo un ángulo de depresión de 18° . Después de tiempo en un segundo instante lo visualiza bajo un ángulo de 25° . Completa la representación gráfica con sus datos y determina cuales eran las distancias aproximadas entre el avión y el barco en el primer y segundo instante.

