<table>
<tr><td>País: Colombia</td><td colspan="2">Departamento: Antioquia</td><td>Municipio: Venecia</td></tr>
<tr><td colspan="2">Institución Educativa: San José de Venecia</td><td colspan="2">Nombre del docente:
Orlando Palomeque Cuesta.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Nombre: Estructura algebraica.</td></tr>
<tr><td>Grado o Nivel</td><td>Área o Asignatura</td><td>Tema</td><td>Duración</td></tr>
<tr><td>9o</td><td>Matemáticas.
Algebra.
Geometría y Estadística.</td><td>Potenciación.
Radicación.
Logaritmación.
Medidas de tendencia central.
Medición de superficies.</td><td>8. semanas.
40 horas.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Criterios de desempeño</td></tr>
</table>

Afianzar y ampliar los conocimientos de Aritmética, algebra, estadística y geometría de cursos anteriores, creando espacios de duda y confrontación a través de la participación.

Criterios de desempeño	○ Realiza ejercicios variados sobre las distintas operaciones entre conjuntos numéricos. ○ Identifica las operaciones y propiedades de los conjuntos numéricos y resuelvo problemas. ○ Resuelve problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales. ○ Identifica y clasifica los diferentes ángulos y polígonos. ○ Aplica los teoremas de tales, Euclides y Pitágoras en la solución de problemas. ○ Aplica las expresiones algebraicas o fórmulas de áreas en la solución de problemas cotidianos. ○ Aplica los conceptos de medidas de Tendencia Central en la solución de problemas del contexto.

	○ Cumple a tiempo con las tareas y trabajos que le son encomendados. ○ Participa activamente de las clases y sus actividades. ○ Desarrolla habilidades del pensamiento lógico-espacial mediante juegos ○ Matemáticos (Torre de Hanói). ○ Establece juicios argumentados y define acciones adecuadas para resolver una situación determinada.

-Aplique las propiedades de la potenciación, radicación y logaritmación en la solución de problemas.
Resuelva problemas de operaciones, de potenciación, radicación y logaritmación.

<table>
<tr><th colspan="2">Actividades</th></tr>
<tr><td>Momento Inicial:</td><td>Recursos:</td></tr>
<tr><td>Lectura de historia de las matemáticas. Euler.
Presentación de la guía.</td><td>Con que hace el momento inicial: lectura y video.</td></tr>
<tr><td>Momento de Profundización</td><td>Recursos</td></tr>
<tr><td>Lectura de la guía.
Realización de ejemplos resueltos.
Solución de ejercicios de la guía.
Asesorías personalizadas.
Videos sobre propiedades de potenciación, radicación y logaritmación.
Seguimiento a través de la web y el correo electrónico,</td><td>Con los que hace la clase, pág web, video, textos, guias.</td></tr>
<tr><td>Momento de Cierre.</td><td>Recursos</td></tr>
<tr><td>Elaboración de los ejercicios y actividades propuestas en la guía.
Solución de problemas de aplicación.</td><td>Guía de aprendizaje.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sugerencias metodológicas: lectura de la guía.
Conceptualización.
Identificación de propiedades
Solución de ejemplos.
Solución de ejercicios propuesto.
Visita de sitios web.
Informe de sitios web explorados.
Retroalimentación.
Presentación de la guía física o a través de la web.</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Evaluación</td><td>Evaluación formativa.
Matriz de valoración.
Autoevaluación.
Heter evaluación.</td></tr>
<tr><td>Evidencias de aprendizaje</td><td>Elaboración de la guía.
La auto evaluación.</td></tr>
</table>

	La matriz de evaluación. **Soporte de las actividades realizadas.**
Webgrafía y/o Bibliografía	**Escriba aquí toda la bibliografía que utilizará en su clase: pág web, guía de aprendizaje, videos.** **www.Colombiaaprende.edu.co**
Actividad complementaria – corrección de errores. **Consultas.** **Talleres.**	

Potencias y sus Propiedades.

Potencias

Definición: $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a$ **(n veces)**
Ejemplo: $8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$

Calcular el valor de:

1) $3^1 + 5^2$ 2) $2^3 – 5^2$ 3) $2^5 + 8 + 4^2 + 3^3$ 4) $6^2 + 7^2 – 8^3$

5) $12^2 – 9^3$ 6) $4^3 + 2^3 – 9^1$ 7) $10^2 + 8^2 + 3^3$ 8) $5^3 – 2^5$

9) $11^2 + 4^3 – 2^4$ 10) $8^2 – 6^3$

Propiedad de la Multiplicación de Potencias de Igual Base: $a^n \times a^m = a^{n+m}$
Ejemplo: $6^3 \times 6^4 = 6^{3+4} = 6^7 = 279936$

Calcula el valor de: (utiliza la calculadora si el número es muy grande)

1) $5^1 \times 5^2$ 2) $3^3 \times 3^2$ 3) $2^0 \times 2 \times 2^2 \times 2^3$
4) $8^2 \times 8^1 \times 8^3$
5) $12^2 \times 12^3$ 6) $4^3 \times 4^3 \times 4^1$
7) $10^5 \times 10^2 \times 10^3$ 8) $2^3 \times 2^5$
9) $4^2 \times 4^3 \times 4^4$ 10) $6^2 \times 6^3$

n

Propiedad de la división de Potencias de Igual Base: a^n/a^m

Propiedad del exponente cero: $a^0 = 1$
Ejemplo: $121^0 = 1$

Calcular el valor de:

1) $3^0 + 2^0 + 10^0$ 2) $12^0 + 8^0 - 14^0$ 3) $2^0 + 4^2 + 3^0$
4) $6^0 + 7^2 - 8^0$ 5) $9^3 - 12^0$ 6) $4^3 + 2^0 - 9^0$
7) $10^2 + 8^0 + 3^3$ 8) $2^5 - 5^0$ 9) $11^2 + 4^0 - 2^4$ 10) $6^3 - 8^0$

Propiedad de potencia de una potencia: $(a^n)^m = a^{n \, m \times}$
Ejemplo: $(3^3)^2 = 3^{3x2} = 3^6 = 729$

Calcular el valor de: (utiliza la calculadora si el número es muy grande)

1) $(5^1)^2$ 2) $(3^4)^2$ 3) $(2^2)^3$ 4) $(8^2)^1$ 5) $(12^2)^3$ 6) $(4^3)^3$ 7) $(10^5)^2$ 8) $(2^3)^5$ 9) $(4^2)^4$ 10) $(6^2)^3$

(1

1. Escribe cada potencia como un producto de factores iguales.

a) 5^5 b) 2^3 c) 8^4 d) 4^8 e) 36^7 f) 100^2

g) 3^5 h) m^3 i) 13^6 j) 15^7 k) 4^8 1) $(a + b)^2$

2. Usando la calculadora, encuentra el valor de cada potencia.

a) 2^6 b) 13^3 c) 6^5 d) 5^4 e) 12^2 f) 10^4
g) 30^2 h) 15^3 i) 10^4

3. Escribe cada una de las siguientes multiplicaciones como una potencia y calcula su valor.

a) $13 \cdot 13 \cdot 13$ b) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ c) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ d) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

4. Escribe cada potencia como una multiplicación de factores iguales y escribe su valor.

a) 2^3 b) 7^2 c) 10^3 d) 10^1 e) 2^7 f) 5^3

5. Escribe en forma de potencia los siguientes números de modo que la base sea la menor posible.

a) 8 b) 36 c) 64 d) 121 e) 125 f) 1.000 g) 2.401

6. Completa con el número que falta para que cada igualdad sea verdadera.

a) $2^{\square} = 32$ b) $3^{\square} = 81$ c) $3^{\square} = 243$ d) $4^{\square} = 64$ e) $5^{\square} = 625$
f) $10^{\square} = 10.000.000$

7. Escribe cada número como una multiplicación de potencias.

a) 108 b) 432 c) 675 d) 900 e) 1.225 f) 1.125

8. ¿Qué número elevado a 5 es 243?

9. ¿Qué número elevado a 3 es 216?

10. ¿Cuál es el número cuyo triple de su cuadrado es 300?

11. Usa tu calculadora y escribe el valor de cada potencia.

a) 5^6 = b) 2^8 = c) 11^3 = d) 15^2 = e) 20^3 = f) 17^2 =

12. Transforma cada potencia para que el exponente quede positivo y luego calcula su valor.

a) 2^{-3} b) 3^{-2} c) 5^{-2} d) 2^{-5} e) 10^{-1} f) 4^{-1} g) 1^{-4}

13. Escribe cada expresión como una potencia.

a). $2^6 \cdot 3^6$ b) $2^2 \cdot (-3)^2 \cdot 6^2$ c) $3^4 \cdot 3^4 \cdot 3^4$

d) $4^4 \cdot (-5)^4$ e) $7^2 \cdot 11^2$
f) $(5)^3 \cdot 5^3 \cdot (5)^3$ g) $2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^5$ h) $8^3 \cdot 10^3$ i) $13^4 \cdot 13^4 \cdot 10^4$

1.1 Radicales

La radicación es la operación inversa de la *potenciación*. Si una potencia es:

$$a^n = b$$

La radicación es la operación que tiene que obtener a conociendo b y n. Se expresa:

$$f : a^n = b \longrightarrow f^{-1} : a = \sqrt[n]{b}$$

> Se llama raíz n-ésima de un número real b a otro número real a cuya potencia n-ésima es igual a b

$$\sqrt[n]{b} = a \quad \begin{cases} \sqrt[n]{b} : \text{es el radical} \\ b : \text{es el radicando} \\ n : \text{es el índice} \\ a : \text{es la raíz} \end{cases}$$

Un radical puede llevar coeficientes que formen parte de el $\sqrt{\ }$ como por ejemplo $3\sqrt[n]{b}$ donde 3 es el coeficiente y forma parte del radical.

Si $n = 2$, es la raíz cuadrada y se acostumbra a omitir el índice
Si $n = 3$, es la raíz cúbica
Si $n = 4$, es la raíz cuarta y así sucesivamente

Como consecuencia de las reglas sobre los signos de las potencias de exponente natural y base negativa tenemos que

- Toda raíz de índice impar de un número tiene el mismo signo que el radicando

$$\sqrt[3]{8} = 2 \text{ ya que } 2^3 = 8$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \text{ ya que } (-2)^3 = -8$$

- Toda raíz de índice par de un número positivo tiene doble signo

$$\sqrt{16} = \pm 4 \; ya\,que \; 4^2 = (-4)^2 = 16$$

- Toda raíz de índice par y radicando negativo no es real

$$\sqrt[4]{-64}$$

1.2.1 Teorema fundamental de la radicación

Si se multiplica o divide el índice de la raíz y el exponente del radicando por

un mismo número entero, el valor aritmético del radical no varía.

Demostración

Sea el radical $\sqrt[n]{A^p} = b$

Por definición de raíz: $A^p = b^n$

Elevamos los dos términos de la igualdad a una

potencia *q:* $(A^p)^q = (b^n)^q$ o sea: $A^{pq} = b^{nq}$.

Extraemos la raíz de *índice* $n \cdot q$: $\sqrt[nq]{A^{p \cdot q}} = \sqrt[nq]{b^{nq}} = b$

Luego queda demostrado (por definición de raíz)

$$\boxed{\sqrt[n]{A^p} = \sqrt[nq]{A^{pq}}} \qquad (1)$$

Este teorema permite la simplificación de radicales, definir la potenciación de exponente fraccionario y la reducción a índice común.

Ejemplos:

a) $\sqrt{3a} = \sqrt[4]{(3a)^2} = \sqrt[4]{9a^2}$; b) $\sqrt[3]{2a^2(x^2+y)} = \sqrt[6]{2^2 a^4 (x^2+y)^2}$;

c) $\sqrt[5]{x^2+y^2} = \sqrt[10]{(x^2+y^2)^2}$ d) $\sqrt[4]{36} = \sqrt[4]{6^2} = \sqrt{6}$

e) $\sqrt[10]{32} = \sqrt[10]{2^5} = \sqrt{2}$

EJERCICIOS:

Escribe tres radicales iguales a cada uno de los siguientes radicales:

17) $\sqrt{3xy}$ 18) $\sqrt[3]{2x^2z}$ 19) $\sqrt[4]{5xy^2z}$ 20) $\sqrt[3]{2ab^2}$ 21) $\sqrt[4]{3xy^3z^2}$ 22) $\sqrt[5]{\frac{xy^2}{z^3}}$

1.2.2 Simplificación de radicales

Para **simplificar** un radical se divide el índice del radical y el exponente del

radicando por sus factores comunes (por el m.c.d).

1.2.3 Reducción de radicales a índice común

Se opera de manera similar a la de reducción a común denominador en fracciones:

- El índice común será el m.c.m de los índices.
- Se divide el índice común por cada índice y el cociente se multiplica por el exponente del radicando.

Ejemplos:

a) Reducir a índice común $\sqrt{3}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{7}$

El m.c.m (2, 3, 4) = 12

$\frac{12}{2} = 6$ $\frac{12}{3} = 4$ $\frac{12}{4} = 3$ $\Rightarrow \sqrt[1]{3^6}, \sqrt[1]{5^4}, \sqrt[1]{7^3}$

b) Reducir a índice común $\sqrt{3ax^3}, \sqrt[6]{3(x-2a)}$ y $\sqrt[4]{5a^3b^2}$

El m.c.m (2, 6, 4) = 12

$\frac{12}{2} = 6 \quad \frac{12}{6} = 2 \quad \frac{12}{4} = 3$

$\sqrt[12]{(3ax^3)^6}, \ \sqrt[12]{(3(x-2a))^2 y} \ \sqrt[12]{(5a^3b^2)^3} \Rightarrow \sqrt[12]{3^6a^6x^{18}}, \ \sqrt[12]{3^2(x-2a)^2 y} \ \sqrt[12]{5^3a^9b^6}$

EJERCICIOS:

Reduce a índice común los siguientes radicales:

38) $\sqrt{m}, \sqrt[3]{m^2}, \sqrt[4]{m^3}, \sqrt[6]{m^5}, \sqrt[8]{m^3}$ 39) $\sqrt{x}, \sqrt[5]{2x}, \sqrt[8]{3x^3}, \sqrt[10]{4x^7}, \sqrt[20]{3x^9}$

40) $\sqrt[3]{3x^2y}, \sqrt[4]{5xy^3}, \sqrt[6]{7x^2y^5}, \sqrt[9]{6x^5y^4}$ 41) $\sqrt{x}, \sqrt[5]{x^3}, \sqrt[15]{x^2}$

42) $\sqrt[4]{xy}, \sqrt[6]{xy^3}, \sqrt[15]{xy^2}$

1.2.3 Potenciación de exponente fraccionario

Una **potencia de exponente fraccionario** es equivalente a un radical cuyo índice es el denominador del exponente y cuyo radicando es la base elevada al numerador del exponente

$$A^{p/n} = \sqrt[n]{A^p} \qquad (2)$$

Demostración:

Si dividimos el índice y el exponente del radicando de un radical por el índice tenemos que:

$$\sqrt[n]{A^p} = \sqrt[n/n]{A^{p/n}} = A^{p/n}$$

Esto nos permite poner los radicales en forma de potencias y operar con ellos utilizando

las reglas de la potenciación.

1.3 Operaciones con radicales

1.3.1 Producto de radicales

a) De radicales homogéneos (de igual índice)

Sean los radicales de igual índice $\sqrt[n]{A}$ y $\sqrt[n]{B}$. Se tiene que:

$$\sqrt[n]{A} = r \Rightarrow r^n = A$$

$$\sqrt[n]{B} = s \Rightarrow s^n = B$$

Multiplicando ordenadamente: $r^n \cdot s^n = (r \cdot s)^n = A \cdot B$

Extrayendo la raíz n-ésima: $\sqrt[n]{(r \cdot s)^n} = r \cdot s = \sqrt[n]{A \cdot B}$

Sustituyendo r y s por su valor:

$$\boxed{\sqrt[n]{A} \cdot \sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A \cdot B}} \qquad (3)$$

El **producto de radicales de igual índice** es otro radical que tiene el mismo índice y por radicando el producto de los radicandos de los factores.

b) De radicales no homogéneos

Si los radicales no tienen igual índice se reducen previamente a índice común.

Ejemplos:

a) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{35}$ b) $\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{a^2} = \sqrt[4]{a^3}$ c) $\sqrt{3} \cdot 2\sqrt[3]{2} \cdot 5\sqrt[4]{2}$

Reducimos a índice común. m.c.m (2, 3, 4) = 12

$\sqrt[12]{3^6} \cdot 2\sqrt[12]{2^4} \cdot 5\sqrt[12]{2^3} = 10\sqrt[12]{3^6 \cdot 2^7}$

Observa que se multiplican por un lado los coeficientes (5 y 2) y por otro lado los radicales

EJERCICIOS:

Efectúa los productos siguientes:

55) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}$ 56) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[3]{a^5}$ 57) $\sqrt{\frac{a}{2b}}\cdot\sqrt{\frac{b^2}{a}}$ 58) $\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[4]{a^3}$

59) $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{5}$ 60) $\sqrt[6]{3}\cdot\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[4]{5}$ 61) $\sqrt{2x}\cdot\sqrt[3]{3x^2}\cdot\sqrt[6]{x^5}$

62) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{5}}\cdot\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$ 63) $\sqrt[4]{\frac{x}{y}}\cdot\sqrt[6]{\frac{y}{x}}\cdot\sqrt[3]{xy}$ 64) $\sqrt[5]{ab^2c^3}\cdot\sqrt[5]{a^2b^2c^2}\cdot\sqrt{abc}$

65) $2a\sqrt{a}\cdot ab\sqrt[3]{b}\cdot c\sqrt[5]{abc}$ 66) $3\sqrt[3]{a^2b}\cdot 2\sqrt[4]{a^2b^2}$

1.3.2.1 Extracción de factores fuera del signo radical

La expresión (3) nos permite simplificar radicales cuando uno de los factores tiene raíz *n*-ésima exacta:

$$\sqrt{12}=\sqrt{4\cdot 3}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$
$$\sqrt[4]{a^7}=\sqrt[4]{a^4\cdot a^3}=\sqrt[4]{a^4}\cdot\sqrt[4]{a^3}=a\sqrt[4]{a^3}$$

- Se divide el exponente del radicando por el índice de la raíz.
- El cociente se escribe como exponente del factor fuera del signo radical.
- El resto de la división se escribe como exponente del factor dentro del radical.

Ejemplo: $\sqrt[5]{x^{17}}$

Hacemos la división 17/5 y obtenemos de cociente 3 y de resto 2 por lo tanto

$$\sqrt[5]{x^{17}}=x^3\sqrt[5]{x^2}$$

El proceso paso a paso sería:

- separamos x^{17} en dos factores , de tal forma que uno ellos sea el múltiplo del índice más próximo al exponente del radicando $\sqrt[5]{x^{17}}=\sqrt[5]{x^{15}\cdot x^2}$
- aplicamos la expresión (3) $\sqrt[5]{x^{15}}\cdot\sqrt[5]{x^2}=x^3\cdot\sqrt[5]{x^2}$

- simplificamos el primer radical: $\sqrt[5]{x^{155}} \cdot \sqrt[5]{x^{2}}$

Si el radicando tiene varios factores, se efectúa la división del exponente de cada factor por el índice de la raíz

Ejemplos:

$3 \div 2 \Rightarrow cociente\ 1\ resto\ 1$

$\sqrt{x^3y^5z^2} = xy^2z\sqrt{xy}$

$5 \div 2 \Rightarrow cociente\ 2\ resto\ 1$

$2 \div 2 \Rightarrow cociente\ 1\ resto\ 0$

$\sqrt[6]{3x^5y^8z^{15}} = z^2y\sqrt[6]{3x^5y^2z^3}$ Observa que los factores 3 y x^5 quedan íntegros dentro del radical por tener exponentes menores que el índice.

Si el radicando es un número, se descompone en factores primos y se procede como se ha indicado.

Ejemplo:

$\sqrt{3888} = \sqrt{2^4 \cdot 3^5} = 2^2 \cdot 3^2\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$

EJERCICIOS:

67) $\sqrt{32}$ 67) $\sqrt[3]{16x^5}$ 68) $\sqrt[4]{64x^5y^6}$ 69) $\sqrt[4]{m^6n^4}$

70) $\sqrt[6]{a^6b^9c^{12}d^{15}}$ 71) $\sqrt{2a^4b^6c^2}$ 72) $\sqrt[3]{81a^6b^{12}c^3d^4}$ 73) $\sqrt[3]{-a^9b^6c^{10}}$

74) $\sqrt[3]{5a^{14}b^{10}c^5}$ 75) $\sqrt{3a^5b^3c^2}$ 76) $\sqrt[3]{27a^2b^3c^4d^5}$ 77) $2\sqrt{16a^3}$

78) $5\sqrt[3]{8x^4y^3z^5}$ 79) $3xy\sqrt{8x^3y^4z}$ 80) $2xy^2\sqrt{x^5y^3}$

1.3.2.2 Introducción de factores dentro del signo radical

Para introducir dentro del signo radical un factor que multiplica a una raíz, se multiplica el exponente del factor por el índice de la raíz y se escribe el producto como exponente del factor dentro de la raíz.

Demostración: $a^m\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{(a^m)^n}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^{nm}b}$ *Ejemplos:*

a) $a\sqrt[3]{a^4} = \sqrt[3]{a^3a^4} = \sqrt[3]{a^7}$

b) $7x^2\sqrt[5]{x^3} = \sqrt[5]{(7x^2)^5x^3} = \sqrt[5]{7^5x^{10}x^3} = \sqrt[5]{7^5x^{13}}$

c) $\frac{2a}{b}\sqrt[3]{\frac{3b^2}{4a^2}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2a}{b}\right)^3\frac{3b^2}{4a^2}} = \sqrt[3]{\frac{2^3a^3\,3b^2}{2^2b^3a^2}} = \sqrt[3]{\frac{2\cdot 3a}{b}} = \sqrt[3]{\frac{6a}{b}}$

EJERCICIOS:

81) $2a\sqrt{2a}$ 82) $3x\sqrt[3]{4x^2}$ 83) $(a+b)\sqrt{(a+b)}$ 84) $3a^2b\sqrt{ab^2}$

85) $x\sqrt[3]{a^2bcx}$ 86) $-2ab\sqrt[5]{a^2b}$ 87) $x^2y\sqrt{2xy}$ 88) $3a^2b\sqrt[3]{a^2bc^3}$

89) $2a\sqrt{5ab^2}$ 90) $2x\sqrt{31x}$ 91) $\frac{2a}{3b}\sqrt[3]{\frac{ab}{2d^2c}}$ 92) $\frac{2}{5}\sqrt[3]{\frac{25x}{4y}}$

93) $\frac{2x}{3y}\sqrt{\frac{3y}{2x}}$ 94) $\frac{a}{2b}\sqrt[3]{\frac{2bc}{a}}$ 95) $\frac{3}{xy}\sqrt{\frac{xyz}{6}}$

96) $(x-y)\sqrt{\frac{x+y}{(x-y)}}$ 97) $\frac{x+y}{x-y}\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}$ 98) $(a+b)\sqrt{\frac{1}{a^2-b^2}}$

99) $(a+b)\sqrt{\frac{a-b}{a^2-b^2}}$ 100) $\frac{a-1}{a+1}\sqrt{\frac{a+1}{a-1}}$

1.3.2 Cociente de radicales

a) De radicales homogéneos (igual índice)

Sean los radicales de igual índice $\sqrt[n]{A}$ y $\sqrt[n]{B}$. Se tiene que:

$$\sqrt[n]{A} = r \Rightarrow r^n = A$$

$$\sqrt[n]{B} = s \Rightarrow s^n = B$$

Dividiendo ordenadamente: $\dfrac{r^n}{s^n} = \left(\dfrac{r}{s}\right)^n = \dfrac{A}{B}$

Extrayendo la raíz n-ésima: $\sqrt[n]{\left(\dfrac{r}{s}\right)^n} = \dfrac{r}{s} = \sqrt[n]{\dfrac{A}{B}}$

Sustituyendo r y s por su valor:

$$\boxed{\frac{\sqrt[n]{A}}{\sqrt[n]{B}} = \sqrt[n]{\frac{A}{B}}} \qquad (4)$$

El **cociente de radicales de igual índice** es otro radical que tiene el mismo índice y por radicando el cociente de los radicandos .

b) De radicales no homogéneos

Si los radicales no tienen igual índice se reducen previamente a índice común.

b)

c)

Ejemplos:

a) $\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{\dfrac{16}{4}} = \sqrt[3]{4}$

$\sqrt{\dfrac{3}{2}} : \sqrt{\dfrac{1}{2}} = \sqrt{\dfrac{3}{2} : \dfrac{1}{2}} = \sqrt{\dfrac{6}{2}} = \sqrt{3}$

$\sqrt{2} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^3} : \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{\dfrac{2^3}{2^2}} = \sqrt[6]{2}$

EJERCICIOS:

101) $\sqrt{\dfrac{a}{2b}} : \sqrt[3]{\dfrac{a}{b}}$ 102) $\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{3}{5}}\right) : \sqrt[4]{\dfrac{3}{4}}$ 103) $\sqrt{8a^5bc^4} : \left(\dfrac{3}{2} a\sqrt{ab^2c^6}\right)$

104) $2\sqrt{72} : \sqrt{32}$ 105) $2\sqrt{x^2y^3} : 3\sqrt{xy}$ 106) $\sqrt{18} : \sqrt{72}$

107) $16\sqrt{x^3y^4} : 4\sqrt{x^2y^2}$ 108) $\sqrt[5]{a^2b^3c^4} : \sqrt[5]{ab^2c}$ 109) $2\sqrt[3]{a^2b} : 3\sqrt{ab}$

110) $\sqrt[3]{a^2bc^2d} : \sqrt{abcd}$ 111) $\sqrt[3]{a^2bc^3} : \sqrt[4]{a^2bc^3}$ 112) $\left(\sqrt{\dfrac{3}{4}} : \sqrt[3]{\dfrac{3}{5}}\right) \cdot \sqrt[4]{\dfrac{2}{3}}$

Para **extraer factores de un radical con radicando en forma de fracción** se realiza primero el cociente de radicales y después se extraen independientemente los factores del numerador y del denominador.

Ejemplos

a $\sqrt{\dfrac{2}{1}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{1}} = \dfrac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{2^4}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2^2}$

b $\sqrt[3]{\dfrac{8x^2y^4z^5}{81a^4b}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^3y^4z^5}}{\sqrt[3]{3^4a^4b}} = \dfrac{2yz\sqrt[3]{yz^2}}{3a\sqrt[3]{3ab}} = \dfrac{2yz}{3a}\sqrt[3]{\dfrac{yz^2}{3ab}}$

EJERCICIOS:

$\sqrt[2]{\dfrac{1\,x^3y^3}{9}}$ 113) $3x\,y$ 114) $2ab\,25a^3bc^5$ $3a^2bx^3$

$49ab^3c^4\;5 - a^6b^{10}$

$\sqrt[3]{\dfrac{a^6b^8c^1}{2\,b^6}}$ $5c$ 4 115) $7c^2$ $9x^6$ 116) $32b^{15}$

$-a^4b^3c^2$ $64a^6b^7c^8$

117) 118) $\sqrt[3]{12d^5f^4}$ 119) $\sqrt[5]{729x^3y^6z^9}$

1.3.3 Potencia de un radical

Sea el radical $r = \sqrt[n]{A}$.

Por definición de raíz $r^n = A$

Elevando los dos miembros a la potencia p: m$(r^n)^p = A^p \Rightarrow r^{np} = A^p \Rightarrow (r^p)^n = A^p$ Extrayendo la raíz n-ésima: $\sqrt[n]{(r^p)^n} = \sqrt[n]{A^p} \Rightarrow r^p = \sqrt[n]{A^p}$

Sustituyendo r por su valor:

$$(5)\quad \boxed{\left(\sqrt[n]{A}\right)^p = \sqrt[n]{A^p}}$$

Otra forma de obtener esta expresión es desarrollando la potencia $\left(\sqrt[n]{A}\right)^p$ y aplicando la regla del producto de radicales:

$$\left(\sqrt[n]{A}\right)^p = \underbrace{\sqrt[n]{A}\cdot\sqrt[n]{A}\cdot\sqrt[n]{A}\ldots\ldots\sqrt[n]{A}}_{p\ veces} = \sqrt[n]{\underbrace{A\cdot A\cdot A\ldots\ldots\cdot A}_{p\ veces}} = \sqrt[n]{A^p}$$

Para elevar una raíz a una potencia se eleva el radicando a esa potencia

Una potencia muy usada es: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \sqrt[n]{a^n} = a$. Y en particular en el caso de la raíz cuadrada $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a^2} = a$

1.3.4 Raíz de un radical

Sea el radical $\sqrt[m]{\sqrt[n]{A}}$.

Por definición de raíz $\sqrt[m]{\sqrt[n]{A}} = r \Rightarrow r^m = \sqrt[n]{A}$

Elevamos a la potencia n ambos miembros : $\left(r^m\right)^n = A \Rightarrow r^{mn} = A$

Extraemos la raíz de índice $m.\ n$: $r = \sqrt[nm]{A}$

Sustituyendo r por su valor:

$$\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{A}} = \sqrt[mn]{A}} \qquad (6)$$

La raíz m-ésima de la raíz n-ésima de un número es la raíz mn-ésima de dicho número.

Ejemplos:

a) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\dfrac{3}{5}}} = \sqrt[12]{\dfrac{3}{5}}$

b) Estos ejercicios se empiezan a resolver desde el radical más interior

$$\sqrt{5+\sqrt{14+\sqrt{1+\sqrt{9}}}} = \sqrt{5+\sqrt{14+\sqrt{1+3}}} = \sqrt{5+\sqrt{14+\sqrt{4}}} = \sqrt{5+\sqrt{14+2}}$$

$$\sqrt{5+\sqrt{16}} = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$

c) En estos ejercicios se combina la raíz de una raíz con la introducción/extracción de factores del radical.

$\sqrt{27a^2b^3\sqrt{9a^4b^2}} = \sqrt{27a^2b^3 \cdot 3a^2b} = \sqrt{81a^4b^4} = 9a^2b^2$ (Extracción)

$\sqrt{a\sqrt[3]{2a^2}} = \sqrt{\sqrt[3]{a^3 2a^2}} = \sqrt[6]{2a^5}$ (Introducción)

EJERCICIOS

131) $\sqrt{\sqrt{2a^3}}$ 132) $\sqrt{\sqrt[3]{\frac{3}{2}ab^5}}$ 133) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\frac{2}{3}ax}}$

134) $\sqrt{20+\sqrt{21+\sqrt{8+\sqrt{64}}}}$ 135) $\sqrt{19-\sqrt{4+\sqrt{32-\sqrt{49}}}}$

136) $\sqrt{5a+\sqrt{21a^2+\sqrt{16a^4}}}$ 137) $\sqrt{5x^2+\sqrt{32x^4-\sqrt{256x^8}}}$

138) $\sqrt{\sqrt[3]{\ }}$ 139) $\sqrt{16\sqrt{8\sqrt{4}}}$ 140) $\sqrt{ab\sqrt{8ab\sqrt{4a^2b^2}}}$

141) $2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ 142) $\sqrt{\sqrt[3]{16}}$ 143) $\sqrt{2a\sqrt[5]{a^2}}$ 144) $3\sqrt{ab\sqrt[3]{2a}}$

145) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{2}}}}}$ 146) $3\sqrt{3\sqrt{\frac{1}{3}\sqrt{3^3}}}$ 147) $\sqrt{a\sqrt[4]{\frac{1}{a}\sqrt[3]{a}}}$ 148) $\sqrt{x\sqrt{\frac{1}{x}\sqrt[3]{x}}}$

149) $\sqrt[3]{\frac{a^2}{b}\sqrt{b}}\cdot\sqrt{b\sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}}}$ 150) $\sqrt[3]{\frac{a}{b^2}\sqrt{b}} : \sqrt{b\sqrt[3]{\frac{a}{b^2}}}$

1.4 Racionalización de denominadores

La racionalización de denominadores es la operación que elimina las expresiones radicales que pueden aparecer en los denominadores.

1.4.1 Denominadores con monomios

1.4.1.1 Con una única raíz cuadrada

Para eliminar el radical se multiplican numerador y denominador por la raíz que aparece en el denominador.

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\left(\sqrt{b}\right)^2} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

Es conveniente extraer todos los factores posibles del radical antes de racionalizar.

Ejemplos:

a) $\frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$

b) $\frac{5}{3\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{3\cdot 2} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$

c) $\frac{2}{\sqrt{27}} = \frac{2}{\sqrt{3^3}} = \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\cdot 3} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

d) $\frac{5}{\sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{15}}{\sqrt{15}\sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{15}}{15} = \frac{\sqrt{15}}{3}$

e) $\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$

EJERCICIOS:

$\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{-}$ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ $\sqrt{2-x}$ 3 2 23

$\frac{6}{3\sqrt{5xy}}$ 2 $\frac{\sqrt{xy}}{5\sqrt{zt}}$ $-\ x$ $\frac{\sqrt{}}{\sqrt{}}$ $\frac{x-y}{2\sqrt{x+y}}$ $\frac{2}{\sqrt{2}}$

151) 152)

$\frac{2\sqrt{3a}}{3a\sqrt{a}}$ $\sqrt{\frac{3a}{5}}$ 153) $\frac{a\sqrt{b}}{b\sqrt{a}}$ $\frac{2\sqrt{3xy}}{3\sqrt{x}}$ 154)155)

156)

$\frac{\sqrt{}}{\sqrt{32+x}}$

2 xy $\sqrt{2}$ 27 $\sqrt{}$

157) 158) 159) 160) 161)162)

3 $3y$8

$3x$

163)164)165) 166)167) $\overline{2y\sqrt{x^3}}$

1.4.1.2 Con una única raíz *n*-ésima

Si el exponente del radicando es m se multiplica numerador y denominador por la raíz n-ésima del radicando elevado a n-m.

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}} = \frac{a\sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^m}\cdot\sqrt[n]{b^{n-m}}} = \frac{a\sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^m\cdot b^{n-m}}} = \frac{a\sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^{m+n-m}}} = \frac{a\sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^n}} = \frac{a\sqrt[n]{b^{n-m}}}{b}$$

$$\frac{6xy}{\sqrt[5]{9x^3y^2z}} \qquad \frac{3x+y}{\sqrt[3]{(x-y)^2}}$$

$$\sqrt[4]{\quad {}^{-3}} \qquad \sqrt[5]{\quad {}^{-4}}$$

Ejemplos:

a) $\dfrac{3}{\sqrt[4]{2}} = \dfrac{3\sqrt[4]{2^{4-1}}}{\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{2^3}} = \dfrac{3\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2\cdot 2^3}} = \dfrac{3\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^4}} = \dfrac{3\sqrt[4]{2^3}}{2}$

b) $\dfrac{6x}{\sqrt[5]{ab^2x^3}} = \dfrac{6x\sqrt[5]{(ab^2x^3)^4}}{\sqrt[5]{ab^2x^3}\cdot\sqrt[5]{(ab^2x^3)^4}} = \dfrac{6x\sqrt[5]{a^4b^8x^{12}}}{ab^2x^3} = \dfrac{6xbx^2\sqrt[5]{a^4b^3x^2}}{ab^2x^3} = \dfrac{6\sqrt[5]{a^4b^3x^2}}{ab}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt[5]{2}} = \dfrac{\sqrt{3}\sqrt[5]{2^4}}{2} = \dfrac{\sqrt[10]{3^5}\cdot\sqrt[10]{(2^4)^2}}{2} = \dfrac{\sqrt[10]{3^5\cdot 2^8}}{2}$

EJERCICIOS:

1.4.2 Racionalización de binomios. Pares conjugados

Estaremos en este caso cuando el denominador sea un binomio con radical de índice dos. Se eliminan los radicales del denominador multiplicando numerador y denominador por el *conjugado* del denominador.

Pares conjugados: $(a + b)$ y $(a - b)$ son expresiones conjugadas entre sí. Tienen la propiedad de que su producto es igual a la diferencia de los cuadrados de a y b con lo que si a o b son radicales de índice dos, las raíces desaparecerán al realizar el producto.

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$$

Ejemplos:

a) Si el denominador es $2 + \sqrt{3}$, su conjugado es $2 - \sqrt{3}$ y el producto de conjugados dará como resultado:

$$\left(2+\sqrt{3}\right)\cdot\left(2-\sqrt{3}\right) = 2^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 = 4 - 3 = 1$$

con lo que desaparece el radical.

b) Si el denominador es $\sqrt{2} - 3$, su conjugado es $\sqrt{2} + 3$ y el producto de conjugados

$$(\sqrt{2} - 3)\cdot(\sqrt{2} + 3) = \left(\sqrt{2}\right)^2 - 3^2 = 2 - 9 = -7$$

c) Si el denominador es $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ su conjugado es $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ y el producto de conjugados:

$$(\sqrt{2} - \sqrt{3})\cdot(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \left(\sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 = 2 - 3 = -1$$

d) Si el denominador es $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$, su conjugado es $3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ y el producto de conjugados:

$$(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})\cdot(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = \left(3\sqrt{2}\right)^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 3^2\left(\sqrt{2}\right)^2 - 2^2\left(\sqrt{3}\right)^2 = 9\cdot 2 - 2\cdot 3 = 18 - 6 = 12$$

181) $\frac{3}{\sqrt{2}-2}$ 182) $\frac{\sqrt{5}}{3-\sqrt{2}}$ 183) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}+1}$ 184) $\frac{2}{3+\sqrt{7}}$ 185) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ 186) $\frac{2\sqrt{\ }}{3-5\sqrt{\ }}$

187) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-5}$ 188) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ 189) $\frac{\sqrt{2}-2}{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}}$ 190) $\frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ 191) $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

192) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$ 193) $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ 194) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2-\sqrt{y}}$ 195) $\frac{\sqrt{2y}}{\sqrt{2}-\sqrt{y}}$

196) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ 197) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

EJERCICIOS:

DE AHORA EN ADELANTE EN TODOS LOS EJERCICIOS DE RADICALES LOS RESULTADOS APARECERÁN SIMPLIFICADOS AL MÁXIMO, ESTO QUIERE DECIR QUE:

- El índice y el exponente del radicando serán primos entre sí (1.2.2)
- Extraer del radical todos los factores posibles
- Racionalizar denominadores

1.5 Adición y sustracción de radicales. Radicales semejantes

Para sumar o restar radicales estos han de ser *semejantes*.

Son radicales semejantes los que tienen el mismo índice y el mismo radicando

Son semejantes: $\sqrt[4]{2a^3}$; $x\sqrt[5]{2a^3}$ $\sqrt[5]{\ ^3}$ $(y-z)\sqrt{2a}$

También son semejantes $2\sqrt{y}$ $\sqrt{8}$ ya que $\sqrt{8}=\sqrt{2^3}=2\sqrt{2}$

La **adición o sustracción de radicales** semejantes da como resultado otro radical semejante, cuyo coeficiente se obtiene sumando o restando los coeficientes de los

radicales

Si los radicales no son semejantes, se deja la operación indicada.

Para buscar radicales semejantes usaremos la simplificación, la extracción de factores, la introducción y la racionalización de denominadores.

Ejemplos:

a) Agrupa los radicales semejantes: $\sqrt{3}, \sqrt{12}, \sqrt{24}, \sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt[4]{9}, \sqrt{54}$

$$\sqrt{3}, \sqrt{2^2 3}, \sqrt{2^3 3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt[4]{3^2}, \sqrt{3^3 \cdot 2} \Rightarrow \sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{6}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}, 3\sqrt{6}$$

Son semejantes por un lado:

$$\sqrt{3}, \sqrt{12} = 2\sqrt{3}, \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt[4]{9} = \sqrt{3},$$

y por otro:

$$\sqrt{24} = 2\sqrt{6} \ \ y \ \ \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

b) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (2 + 3 - 1 + 4)\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

c) $7\sqrt{50} - 2\sqrt{32} - 3\sqrt{2} - 4\sqrt{18} =$

$$7\sqrt{2 \cdot 5^2} - 2\sqrt{2^5} - 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3^2 \cdot 2} = 7 \cdot 5\sqrt{2} - 2 \cdot 2^2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 4 \cdot 3\sqrt{2} =$$

$$35\sqrt{2} - 8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = (35 - 8 - 3 - 12)\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

d) $\sqrt{5ab^3} + \sqrt{4a^2b^2} + 8\sqrt{ab^5} + 32\sqrt{a^3b^5} = b\sqrt{5ab} + 2ab + 2b^2\sqrt{2ab} + 4ab^2\sqrt{2ab} =$

$$b\sqrt{5ab} + 2ab + (2b^2 + 4ab^2)\sqrt{2ab}$$

EJERCICIOS:

198) $8\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2}$

199) $\frac{1}{3}\sqrt{5} + \frac{3}{5}\sqrt{5} - \frac{2}{3}\sqrt{5} + \frac{1}{5}\sqrt{5}$

$\frac{1}{2}\sqrt[3]{2} + \frac{1}{4}\sqrt[3]{2} - \frac{2}{3}\sqrt[3]{2}$

$\sqrt{\ } \quad \sqrt{\ } \quad \sqrt{\ }$

202) $4\sqrt{18} + 2\sqrt{8} - 3\sqrt{32}$

$\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{128}$

204) $x\sqrt{8x} - 3\sqrt{50x^3} + x\sqrt{18x}$

205) $2a\sqrt{3a} - \sqrt{27a^3} + a\sqrt{12a}$

206) $5a\sqrt{3} - 3\sqrt{3a^2} + \sqrt{12a^2}$

207) $2\sqrt[3]{16x^5} - x\sqrt[3]{54x^2} + \sqrt[6]{256x^{10}}$

208) $3\sqrt{7} - 2\sqrt{5} + 4\sqrt{7} + \sqrt{20} - \sqrt{28} + \sqrt{45}$

209) $\frac{3}{2}\sqrt{xy} - \frac{1}{3}\sqrt{4xy} + \frac{2}{5}\sqrt{9xy} - \frac{4}{3}\sqrt{xy}$

210) $\sqrt{18y} - \sqrt{\frac{y}{2}} + \sqrt{\frac{y}{8}} - \sqrt{\frac{y}{18}}$

$\sqrt[6]{\ } \quad \sqrt{\ } \quad \sqrt[10]{32}) - 8\sqrt[8]{16} + \sqrt{\frac{1}{8}}$

$\sqrt{\ } \quad \sqrt{4x} + 2\sqrt{36x} - 5\sqrt{x - \frac{9x}{25}}$

213) $\sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{2}{x}} - \sqrt{\frac{1}{2x}} + \sqrt{8x}$

$\sqrt[3]{\frac{2x}{9}} - 2\sqrt[3]{\frac{3x}{4}} + 5\sqrt[3]{\frac{6x}{125}}$

215) $6\sqrt[3]{\frac{125x}{9}} - 9\sqrt[3]{\frac{x}{9}} + 5\sqrt[3]{\frac{3x}{125}}$

$\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{6} + \sqrt{\frac{1}{6}}$

217) $\sqrt{\frac{5a}{b}} - \sqrt{\frac{5b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{5b}} + \sqrt{\frac{5}{ab}} - \sqrt{\frac{ab}{5}}$

218) $(x-y)\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + \sqrt{9x^2 - 9y^2} + \frac{x+y}{x-y}\sqrt{\frac{25xy^2 - 25y^3}{x+y}}$

200)

201) 2 5 − 3 45 + 3 20

203) 7

211) 5 8 −3(4 +

212) 3 x −

214) 3

216)

Marco teórico

Anteriormente hemos definido la función logarítmica como la inversa de la función exponencial, y se evaluaron las expresiones de logaritmo con el fin de identificar los valores de estas funciones. En esta lección vamos a trabajar con expresiones más complicadas de logaritmo. Vamos a utilizar las **propiedades de los logaritmos** para escribir una expresión **log** como la suma o diferencia de varias expresiones, o escribir varias expresiones como una sola expresión **log**.

Propiedades de los logaritmos

1. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores:

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

Ejemplo:

$$\log_2 (4 \cdot 8) = \log_2 4 + \log_2 8 = 2 + 3 = 5$$

2. El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor:

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

Ejemplo:

$$\log_2 \left(\frac{8}{4}\right) = \log_2 8 - \log_2 4 = 3 - 2 = 1$$

3. El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base:

$$\log_a (x^n) = n \log_a x$$

Ejemplo:

$$\log_2\left(8^4\right) = 4\log_2 8 = 4\cdot 3 = 12$$

4.El logaritmo de una raíz es igual al cociente entre el logaritmo del radicando y el índice de la raíz:

$$\log_a\left(\sqrt[n]{x}\right) = \frac{1}{n}\log_a x$$

Ejemplo:

$$\log_2\left(\sqrt[4]{8}\right) = \frac{1}{4}\log_2 8 = \frac{1}{4}\cdot 3 = \frac{3}{4}$$

5.Cambio de base:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$\log_2 4 = \frac{\log_4 4}{\log_4 2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

EJERCICIOS RESUELTOS

Aplica la propiedad que corresponde:
Calcula :

1. $\text{Log}_3 5+\log_3 6$

$Log_{3(}5.6) = log_3 30$

2. $Log_2 30 - log_2 15$ $Log_2 30/15 = log_2 2 = 1$

$Log_4 x^5$ 3. **$5\ l0g_4 x$**

$Log_2(\sqrt[4]{8}) =$ 4. $\frac{1}{4} log_2 8 = 1/4.3 = \mathbf{3/4}$

5. $log_2 4 =$

$$\log_2 4 = \frac{\log_4 4}{\log_4 2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$log_2 4 = 2$

6. $Log_3 x^6$ **$6log_3 x$**

7. $Log_3 4 + log_3 5$ $Log_3(4.6)$ $= \mathbf{log_3 24}$

$Log_2 20 - log_2 5$ 8. $Log_2 20/5 =$ **$log_2 4$**

$Log_2(\sqrt[4]{16}) =$ **9. $\frac{1}{4} log_2 16 = 1/4.4 = 4/4 = 1$**

10. $log_3 5 + log_3 7$ $Log_{3(5.7)} = \mathbf{log_3 35}$

Glosario

Logaritmo: Exponente al que hay que elevar un número, llamado base, para obtener otro número determinado.

Otras Referencias

http://www.vitutor.com/al/log/ecu5_Contenidos.html

Videos.

https://www.youtube.com/watch?v=Rz2dBSrSw00
https://www.youtube.com/watch?v=Cp8FzcTtnL4

Criterios de desempeño	○ Realiza ejercicios variados sobre las distintas operaciones entre conjuntos numéricos. ○ Identifica las operaciones y propiedades de los conjuntos numéricos y resuelvo problemas. ○ Resuelve problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales. ○ Identifica y clasifica los diferentes ángulos y polígonos. ○ Aplica los teoremas de tales, Euclides y Pitágoras en la solución de problemas. ○ Aplica las expresiones algebraicas o fórmulas de áreas en la solución de problemas cotidianos. ○ Aplica los conceptos de medidas de Tendencia Central en la solución de problemas del contexto.

	○ Cumple a tiempo con las tareas y trabajos que le son encomendados. ○ Participa activamente de las clases y sus actividades. ○ Desarrolla habilidades del pensamiento lógico-espacial mediante juegos ○ Matemáticos (Torre de Hanói). ○ Establece juicios argumentados y define acciones adecuadas para resolver una situación determinada.

Matriz de valoración.

Cumplo con los indicadores de desempeño	totalmente	parcialmente	Solicite asesoría.	Explore los sitios web	Corrección de errores
Auto evalúate.					