

INSTITUCION EDUCATIVA SAN JOSE DE VENECIA ANTIOQUIA.

DOCENTE: ORLANDO PALOMEQUE **GRADO:** 9. **AREA:** MATEMATICA

TEMA: ECUACIONES LINEALES. **PERIODO:** 3°

CRITERIO DE DESEMPEÑO: Afianza, amplia e interioriza los conocimientos algebraicos logrado en los cursos anteriores buscando fortalecer las destrezas operativas y la solución de problemas algebraico.

ACTIVIDAD: La lectura de la guía, los apuntes, la observación, análisis y ejecución de ejercicios y actividades.

EVALUACION: La evaluación será de carácter formativo y el estudiante la realizará al finalizar el taller respondiendo a las preguntas.

1. ECUACIONES LINEALES O DE PRIMER GRADO

El objetivo de esta unidad es repasar las ecuaciones lineales o de primer grado y resolver ecuaciones lineales por medio de propiedades vistas en la Unidad N° 1. También resolveremos problemas donde se plantean ecuaciones lineales con una incógnita. Para ello veremos ejemplos de ecuaciones, cómo resolverlas y cómo traducirlas al lenguaje simbólico. En próximas unidades analizaremos cómo resolver ecuaciones de mayor grado.

Comenzamos con la siguiente situación:

En un espectáculo el mago realiza el siguiente truco

_ Piensa un número...

_ Súmale 15 al número pensado...

_ Multiplica por 3 el resultado...

_ Al resultado réstale 9 ...

_ Divide por 3...

_ Resta 8...

_ Dime cuál es el resultado obtenido y te diré que número pensaste. El espectador dice:

_ 32

Instantáneamente el mago afirma con solvencia:

_ El número que pensaste fue el 28.

¿Cómo lo hizo?

Trataremos a lo largo de esta unidad de resolver situaciones problemáticas como la anterior por medio de ecuaciones lineales con una incógnita.

Analicemos las siguientes igualdades:

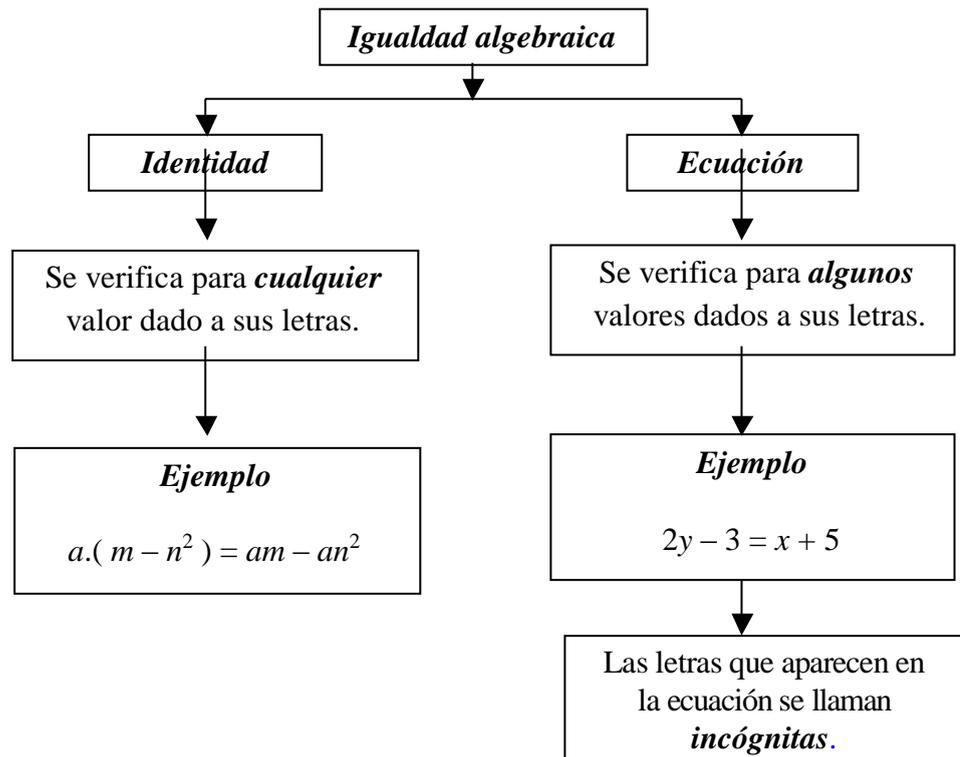
$$3 + 4 + 2 = 7 + 2$$
$$3 + 2 = 5$$

Estas son igualdades numéricas,

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$a^2 - 1 = 0$$

mientras que éstas son igualdades algebraicas o literales

En el siguiente cuadro podemos ver una clasificación de las igualdades algebraicas teniendo en cuenta si se verifica para algunos ó todos los números reales. A continuación nos dedicaremos a estudiar las ecuaciones lineales.



En el caso de las igualdades algebraicas, éstas se verifican siempre pues por ejemplo

$$a.(m - n^2) = am - an^2$$

es la propiedad distributiva.

Cualquier valor de a , m y n es solución.

Por ejemplo para $a = 2$, $m = 3$, $n = -1$ tenemos

$$2(3 - (-1)^2) = 2 \cdot 3 - 2 \cdot (-1)^2$$

$$4 = 4.$$

En el ejemplo $2y - 3 = x + 5$, los valores $y = 3$, $x = -2$

Las soluciones de una ecuación son los valores que al sustituirlos en las incógnitas hacen cierta la igualdad.

Ecuación lineal

Se denominan *ecuaciones lineales o de primer grado* a las igualdades algebraicas con incógnitas de exponente 1.



Ejemplos.

Las primeras cuatro ecuaciones son ejemplos de ecuaciones lineales o de primer grado.

Las ecuaciones 1, 2 y 3 tienen una incógnita y la ecuación $x + y = 4$ tiene dos incógnitas.

1. $2x + 3 = 5$
2. $3x - x = 2x$
3. $x + 5 = 5$
4. $x + y = 24$



Para pensar

Estas no son ecuaciones lineales.
¿Por qué?

1. $t^2 - 3t + 1 = 0$
2. $x \cdot y = 24$
2. $\cos x = 1$
4. $16 = 2^x$



Ejemplos:

Resolvamos las siguientes ecuaciones

a) $2x + 3 = 5$

Aplicando propiedades

$$2x + 3 + (-3) = 5$$

$$2x = 2$$

$$\frac{1}{2} 2x = \frac{1}{2} 2$$

$$x = 1$$

Verificación:

$$2x + 3 = 5$$

$$2 \cdot 1 + 3 = 5$$

$$2 + 3 = 5$$

$$5 = 5$$

Se puede resolver "despejando".

$$2x = 5 - 3$$

$$2x = 2$$

$$x = \frac{5 - 3}{2}$$

$$x = 1$$

Una vez resuelta la ecuación es conveniente verificar que el valor obtenido es la solución de la ecuación. Para ello, debemos sustituir el valor hallado en la ecuación.

La ecuación $2x + 3 = 5$ tiene **solución única** $x = 1$.

b) $x + y = 24$

Es una ecuación que tiene infinitas soluciones, pues se verifica para infinitas parejas de números. Por ejemplo:

$$1 + 23 = 24$$

$$-5 + 29 = 24$$

$$24 + 0 = 24$$

$$\frac{1}{2} + \frac{47}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

$$x = 1, y = 23$$

$$x = -5, y = 29$$

$$x = 24, y = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{47}{2}$$

c) $3x - x = 2x$



Para pensar....

En este ejemplo observamos que hemos obtenido $0 \cdot x = 0$

$$3x - x = 2x$$

$$2x = 2x$$

$$2x - 2x = 0$$

$$0 \cdot x = 0$$

d) $x + 5 = x$



Para pensar.....

En este ejemplo
obtenemos $5 = 0 \cdot x$
¿Cuál es el número de

$$x + 5 = x$$

$$5 = x - x$$

$$5 = 0 \cdot x$$

$$5 = 0$$

e) $\frac{x + 1}{5} = \frac{3x + 9}{3}$

La solución es

$$x = 4$$

que pertenece al conjunto de
los números reales;

por lo tanto esta ecuación



tiene solución en \mathbb{R} .

Atención

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x}{18} = 578$$

**Recuerda
que...**

para sumar o restar
fracciones de distinto
denominador, primero debes
hallar un múltiplo común
entre los denominadores.

$$\frac{x + 1}{5} = \frac{3x + 9}{3}$$

$$3(x + 1) = 5(3x + 9)$$

$$3x + 3 = 15x + 45$$

$$3 + 45 = 15x - 3x$$

$$48 = 12x$$

$$x = 4$$

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x}{18} = 578$$

$$\frac{9x + 6x + 2x}{36} = 578$$

$$17x = 20.808$$

$$x = 1.224$$

Ahora trataremos de resolver problemas utilizando ecuaciones lineales. Para ello podemos tener en cuenta los siguientes pasos:

Pasos a tener en cuenta

- lectura comprensiva del enunciado;
- traducción al lenguaje simbólico;
- expresión de la ecuación correspondiente;
- resolución de la ecuación;
- verificación del resultado obtenido.

Ahora veremos cómo resolver un problema paso a paso.

Volvemos al problema del mago del inicio de esta unidad.

En un espectáculo el mago realiza el siguiente truco.

_ Piensa un número...

_ Súmale 15 al número pensado...

_ Multiplica por 3 el resultado...

_ Al resultado réstale 9 ...

_ Divide por 3...

_ Resta 8...

_ Dime cuál es el resultado obtenido y te diré que número pensaste. El espectador dice:

_ 32

Instantáneamente el mago afirma con solvencia:

_ El número que pensaste fue el 28.

¿Cómo lo hizo?

- traducción al lenguaje simbólico

Piensa un número

□

x

Súmale 15

□

$x + 15$

Multiplica por 3 el resultado

□

$3(x + 15)$

Al resultado réstale 9

□

$3(x + 15) - 9$

Divide por 3

□

$(3(x + 15) - 9):3$

Resta 8

□

$(3(x + 15) - 9):3 - 9$

El espectador dice

□

32

- expresión de la ecuación correspondiente

$$(3x + 45 - 9):3 - 8 = 32$$

- resolución de la ecuación

$$(3x + 45 - 9):3 - 8 = 32$$

$$x + 4 = 32$$

$$x = 28$$

- verificación del resultado obtenido

$$(3 \cdot 28 + 45 - 9):3 - 8 = 32$$



Ejemplo:

De un depósito lleno de líquido se saca la cuarta parte del contenido; después la mitad del resto y quedan aún 1500 litros. Calculemos la capacidad del depósito.

- traducción al lenguaje simbólico
- expresión de la ecuación correspondiente
- resolución de la ecuación
- verificación del resultado obtenido

capacidad del depósito $\square \square x$

un cuarto del contenido $\square \quad \frac{1}{4}x$

mitad del resto $\square \quad 1 \square x \quad 1 \square x$

quedan aún $\square \quad 1500$ litros

$$x \square \frac{1}{4}x \square \frac{1}{2} \square 3 \square x \square 1500$$

$$\frac{x}{4} \quad \frac{x}{2} \quad \frac{x}{4}$$

$$x = \frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x + 1500$$

$$x - \frac{1}{4}x - \frac{3}{8}x = 1500$$

$$\frac{8x - 2x - 3x}{8} = 1500$$

$$\frac{3}{8}x = 1500$$

$$x = 1500 : \frac{3}{8}$$

$$x = 4000$$

$$x = \frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x + 1500$$

$$4000 = \frac{1}{4}4000 + \frac{3}{8}4000 + 1500$$

$$4000 = 4000$$

Veamos el siguiente cuadro que muestra algunos ejemplos clásicos de cómo pasar del lenguaje coloquial al lenguaje simbólico que pueden aparecer en algunos problemas que involucren ecuaciones lineales.

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
La suma de un número y su consecutivo	$x + (x + 1)$
Un número par	$2a$
El siguiente de un número par	$2x + 1$
La suma de tres números consecutivos	$x + (x + 1) + (x + 2)$
La mitad de un número	$\frac{x}{2}$
La tercera parte de la diferencia entre dos números	$\frac{a - b}{3}$
El perímetro de un rectángulo	$2l + 2b$

En resumen, podemos concluir que una ecuación lineal o de primer grado puede tener :

La ecuación $2x + 8 = 9$ tiene

solución única $x = \frac{1}{2}$

- **solución única**

- **ninguna solución**

- **infinitas soluciones**

La ecuación $x + 5 = 5$, no tiene solución, pues es imposible que sumando 5 a un número obtengamos ese mismo número.

La ecuación $3x - x = 2x$ tiene infinitas soluciones, pues es válida la identidad para cualquier valor de x .

Expresión verbal

lenguaje algebraico

Un numero cualquiera	x
El doble de un número	$2x$
El triple de un numero disminuido k unidades	$3x - k$
El doble de un numero aumentado en 5	$2x + 5$
La tercera parte de un numero	$x/3$
La cuarta parte de un numero aumentado en p	$x/4 + 4$
La quinta parte de la diferencia entre un número y 8	$x - 8/5$.
El doble de la suma de entre un número y 7	$2(x + 7)$
La diferencia de dos números es 6	$(x - y) = 6$.
La suma de dos números es 15	$(x + y) = 15$.

En los problemas se debe escoger cual de las opciones representa correctamente el enunciado.

1. La mitad de un numero
A. $2x$. B. $x/2$. C. $2/x$. D. x .
2. El doble de un numero mas tres.
A. $x/2 + 3$ B. $2(x + 3)$ C. $2x + 3$ D. $x + 3$.
3. El triple de un numero menos 4.
A. $3x - 4$ B. $3 \cdot 4 \cdot x$. C. $x \cdot 4 \cdot 3x$. D. $3(x - 4)$.
4. Siete menos un número.
A. $7 - x$. B. $7 - 3$. C. $X - 7$. D. $7X - 3$.
5. El doble de la suma de dos números.
A. $2(m + n)$. B. $2m + n$. C. $m + 2n$. D. $2m + 3n$.
6. La edad de una persona hace cinco años.
A. $5 - x$. B. $32 - 5$. C. $x - 5$. D. $1/3 - x$.
7. La quinta parte del triple de un número.
A. $3 \cdot 5/x$. B. $3x/5$. C. $x / 3 \cdot 5$ D. $3 / 5 \cdot x$.
8. El perímetro de un cuadrado.
A. $P = 4 + m$. B. $P = 4x$ C. $P = 2m + 2n$ D. $P = 4m + 4n$.
9. El producto de la suma de dos números por la diferencia.
A. $(x + y)(x + y)$. B. $(x - y)(x - y)$. C. $(x + y) \cdot x$. D. $(x + y)(x - y)$.
10. Un numero disminuido en 3 es 19.
A. $3x = 19$. B. $x + 3 = 19$. C. $3x - 3 = 19$. D. $x - 3 = 19$.



Actividades de Aprendizaje

1) Expresar simbólicamente la ecuación correspondiente:

- a) Un número más su quinta parte es 12.
- b) Un poste tiene bajo tierra $2/7$ de su longitud y la parte emergente mide 8 metros.
- c) El perímetro de un cuadrado es de 12 m.
- d) En una biblioteca hay 23 libros distribuidos en dos estantes, en el de abajo hay 7 libros menos que en el de arriba.

2) Resolver las siguientes ecuaciones lineales en R:

a) $x + 9x = 90$

c) $2(3x - 2) - (x - 3) = 8$

e) $21 - 7x = 41x - 123$

g) $\frac{3m-11}{20} - \frac{5m-1}{14} = \frac{m-7}{10} - \frac{5m-6}{21}$

i) $5(20 - x) = 4 \cdot (2x - 1)$

b) $-2x + 1 = 3$

d) $x - 1 - \frac{x \square}{2} + \frac{x-3}{3} = 0$
 $\frac{\quad}{2}$

f) $\frac{1}{6}(a + 8) = \frac{3 - 2a}{4} + 2a - \frac{73}{12}$

h) $\frac{2t}{15} - \frac{3t-5}{20} = \frac{t}{5} - 3$

k) $\frac{z}{\square 1} - \frac{z \square 3}{2} = 5z$
 $\frac{\quad}{3}$

- 3) Un número más su quinta parte es 12. Calcular dicho número.
- 4) La suma de dos números consecutivos es 21. ¿Cuáles son dichos números?.
- 5) Un número es igual al doble de su consecutivo. ¿Cuál es dicho número?.
- 6) La suma de tres múltiplos de 3 consecutivos es 63. Calcular dichos números.
- 7) El perímetro de un rectángulo es 216m. Si el doble del ancho excede en 7 m a los tres cuartos del largo. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?.
- 8) El perímetro de un triángulo isósceles es 180 cm. Cada uno de los lados iguales es 30 cm mayor que la base. ¿Cuál es la longitud de cada lado?.
- 9) Un niño tiene el triple de la edad que tenía hace 8 años. ¿Qué edad tiene ahora?.
- 10) Un padre tiene 42 años y su hijo 10 años. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la edad del hijo?.
- 11) De una cierta clase de vino que contiene 12% de alcohol, se han obtenido por destilación 67,68 litros de alcohol. ¿Cuál fue la cantidad de vino empleado?.
- 12) El jueves, Leticia invirtió el 40% de sus ahorros en ropa. El viernes, gastó las dos terceras partes del dinero que le quedaba en un libro para su hermano, y aún tiene \$120.
 - a) ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Leticia?.
 - b) ¿Es cierto que gastó lo mismo en ropa que en el libro para su hermano?.
- 13) Un hombre repartió su herencia del siguiente modo: a su hijo mayor le dejó la mitad, al segundo la tercera parte del resto, al tercero la sexta parte del resto y al cuarto \$1.000.000. ¿Cuál era el valor de la herencia?.

A. Defina la(s) variable(s) y expresa en lenguaje algebraico:

- | | |
|--|---|
| 1. El doble de un número menos su cuarta parte. | 2. Años de Ana Belén dentro de 12 años. |
| 3. Años de Isabel hace tres años. | 4. La cuarta parte de un número más su siguiente. |
| 5. Perímetro de un cuadrado. | 6. Un número par. |
| 7. Un número impar. | 8. Un múltiplo de 7. |
| 9. Dos números enteros consecutivos. | 10. Dos números que se diferencian en dos unidades. |
| 11. El doble de un número menos su quinta parte. | 12. El quíntuplo de un número más su quinta parte. |
| 13. La edad de una señora es el doble de la de su hijo menos 5 años. | 14. Dos números se diferencian en 13 Unidades. |
| 15. Dos números suman 13. | 16. Un hijo tiene 22 años menos que su padre. |
| 17. Dos números cuya suma es 25. | 18. La cuarta parte de la mitad de un número. |

19. Dimensiones de un rectángulo en el que su largo tiene 6 metros más que el ancho.
20. Un tren tarda tres horas menos que otro En ir de Madrid a Barcelona.
21. Repartir una caja de manzanas entre seis personas.
22. Un número es 10 unidades mayor que otro.
23. Un número menos su mitad más su doble.
24. Un número 5 unidades menor que otro.
25. El cuadrado de un número.
26. Un número y su opuesto.
27. Un número y su inverso.
28. Veinticinco menos el cuadrado de un número.
29. El cuadrado de un número menos su cuarta parte.
30. La suma de un número al cuadrado con su consecutivo.

B. Transformar en enunciados verbales las siguientes expresiones algebraicas:

1.) $\frac{a+b}{2}$: _____

2.) $\frac{a-b}{2}$: _____

3.) $\frac{ab}{2}$: _____

4.) $\frac{a}{b}; b \neq 0$: _____

5.) $2n+1$: _____

6.) $\frac{2a}{7} = \frac{2}{7}$: _____

7.) $(n+5)(n-5)$: _____

8.) $(n+10)^2$: _____

9.) $(n-1)^3$: _____

10) $4(n+8)$: _____

C. Defina la(s) variable(s) y expresa en lenguaje algebraico:

1. La suma de dos números es igual a 15.
2. La suma de 4123 con otro número vale 8765
3. El triple de un número vale 375.
4. La diferencia de dos números es igual a 456
5. Un número aumentamos en 15 unidades
6. El producto de dos números vale 375
7. Tres veces un número más 36
8. El cociente de dos números vale 36
9. Cinco veces un número menos el doble del segundo es igual a 45.
10. La raíz cuadrada de un número más el triple de su valor vale 1005.
11. El doble de la suma de dos números vale 7566
12. 12 veces un número más 36 es igual a 722
13. La diferencia de dos números
14. El doble de un número más 5 igual a 678
15. Un número aumentado en 12
16. Un número disminuido en 5 es igual a 20
17. Ocho veces un número menos el doble de otro
18. El producto de dos números vale 144

- | | |
|--|---|
| 19. El cuadrado de la suma de dos números | 20. El cociente de dos números más su producto |
| 21. La raíz cuadrada de un número más el triple de su raíz cúbica. | 22. El cubo de la diferencia de dos números |
| 23. La suma de tres números consecutivos es 20 | 24. La suma de dos números impares consecutivos es 18 |
| 25. La suma de dos números pares consecutivos es 26 | 26. Un número más su séptima parte es 18 |
| 27. La suma de dos números consecutivos es 16 | 28. La suma de tres números consecutivos es 20 |
| 29. La suma de cuatro números consecutivos es 42 | 30. La suma de dos números impares consecutivos es 18 |

D. Transformar en enunciados verbales las siguientes expresiones algebraicas:

- 1) $5n^2 + n + 6$: _____
- 2.) $(3n + 2)^2 + 5$: _____

A. Resolver las siguientes ecuaciones:

- | | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|---|
| 1. $x + 4 = 28 - 3x$ | 2. $4(3x + 2) - 8 = 5(2x + 3) + 5$ | 3. $-15y + 3 = -36 - 18y$ |
| 4. $2x + 4 + (3x - 4) = 3x + 12$ | 5. $10x = -5x + 60$ | 6. $-(-2x-4) - (5x-3x+2) = -4x - (-8x + 2)$ |
| 7. $10 - 3x = x - 2$ | 8. $5 - x = 3(x - 2)$ | 9. $-x + 3 = -2x + x + 7$ |
| 10. $6 - x = 3(x - 1)$ | 11. $6x - 3 = 2x - 1$ | 12. $5(x + 1) - x = 4x + 15$ |
| 13. $2x = 2(x + 1) - 2$ | 14. $24 - (x + 3) = 12 + 2(9 - 2x)$ | 15. $3x - 7 = -3(6 - 4x)$ |

B. Plantear la ecuación y solucionar:

- En un espectáculo el mago realiza el siguiente truco:
Piensa un número... súmalo 15 al número pensado...multiplica por 3 el resultado...al resultado réstale 9...Divide por tres...resta 8...Dime cual es el resultado y te diré que número pensaste...El espectador dice 32...Instantáneamente el mago afirma con solvencia: el número que pensaste fue 28. Cómo lo hizo?
- Si sumamos 12 a la mitad de un número obtenemos 27. ¿Cuál es el número?
- La suma de los $\frac{2}{3}$ de un número con los $\frac{3}{4}$ del mismo número es 17. Hallar el número.
- La diferencia de dos números es 16 y el número menor menos 2 unidades es igual a los $\frac{3}{4}$ del número mayor. Hallar los números.
- Si a un número le sumas 7 y el resultado lo multiplicas por 3, obtienes 2 unidades menos que 4 veces el número. ¿Cuál es el número?
- Doña María compra 30 empanadas por \$24.000 y las vende de modo que el 20% de lo que le pagan le queda de ganancia. ¿A cómo vende cada empanada?
- La finca de Luis tiene 30 árboles más que la mitad de los árboles de la finca de Juan. Si los árboles de las dos fincas son en total 300, ¿cuántos árboles tiene cada una?
- El doble de la edad de Tere más 15 años es igual a la edad de Don Pepe que es 8 años menos que el triple de la edad de Tere. ¿Cuál son las edades de Tere y de Don Pepe?
- Pienso en un número. Si le resto 8 y luego multiplico esa diferencia por 3, obtengo como resultado 15. ¿Cuál es el número que pensé?
- Para hacer la masa de un pastel, la señora Juanita necesita mezclar mantequilla y harina en razón de 1 : 9 .Si logra fabricar 3 kg de esta masa, ¿cuánta mantequilla debe comprar?

11. Un comerciante hace un testamento de la siguiente forma: dos tercios a su único hijo; un quinto, a una familia muy amiga, y los 49000 restantes, a una institución de beneficencia. ¿A cuánto asciende el total de la herencia?
12. En una reunión hay el doble número de mujeres que de hombres y el triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. Hallar el número de hombres, mujeres y niños que hay en la reunión si el total es de 156 personas.
13. Durante su primera hora de trabajo, el dueño de un puesto de revistas vendió la cuarta parte de los diarios que tenía y, durante la segunda hora, vendió la sexta parte de los que le quedaban. Contó los ejemplares y notó que aún había 25. ¿Cuántos diarios tenía al principio?
14. Ana, Vivi y Carla comparten un departamento y las tres aportaron su último sueldo a un fondo común, que fue de \$3600. Ana gana las dos terceras partes del sueldo de Vivi, y Carla gana la mitad del sueldo de Ana. ¿Cuál fue el último sueldo de cada una?. ¿Es cierto que Vivi cobró tanto como Ana y Carla juntas?
15. Una compañía de aviación divide a los pasajeros en tres categorías. En uno de sus aviones, la cantidad de asientos de primera clase es la octava parte del total; la categoría ejecutiva tiene una vez y media la cantidad de asientos que primera clase, y hay 165 asientos de clase turista. ¿ Cuántos asientos tiene ese avión ?